

Die folgenden Original-Seiten einer Publikation dürfen hier wiedergegeben werden. Vielen Dank für die Erlaubnis.

Die exakte Quellenangabe ist:

WILHELM, T.

***Vektorverständnis und vektorielles Kinematikverständnis von Studienanfängern***

NORDMEIER, V.; OBERLÄNDER, A.; GRÖTZEBAUCH, H. (Hrsg.): Didaktik der Physik -  
Regensburg 2007, Lehmanns Media – LOB.de, Berlin, 2007, ISBN 978-3-86541-255-3

## Vektorverständnis und vektorielles Kinematikverständnis von Studienanfängern

Thomas Wilhelm

Lehrstuhl für Didaktik der Physik, Am Hubland, 97074 Würzburg

### Kurzfassung

Da vektorielle Größen in der Physik eine wichtige Rolle spielen, brauchen Studenten gewisse Fähigkeiten im Umgang mit Vektoren. An der Universität Würzburg wurde in einem Mathematikvorkurs vor Beginn der Vorlesungszeit untersucht, inwieweit Physikstudenten des ersten Semesters grundlegende Fähigkeiten aus der Schule mitbringen. Dazu mussten sie vor Studienbeginn einerseits mathematische Aufgaben und Aufgaben mit physikalischem Kontext aus der Statik bearbeiten. Andererseits wurden Aufgaben zum vektoriellen Verständnis der Beschleunigung gestellt. Im Vergleich mit amerikanischen Universitäts-Studenten haben die deutschen Studienanfänger zwar bessere mathematische Fähigkeiten im Umgang mit Vektoren, dennoch zeigen sich verschiedene Defizite. Die Ergebnisse ermöglichen Rückschlüsse auf Schwächen des schulischen Mathematik- und Physikunterrichtes.

### 1. Fragestellung

Vektorielle Größen spielen in der Physik eine wichtige Rolle und es ist stets relevant, ob es sich bei einer Größe um eine skalare oder vektorielle Größe handelt. Insbesondere in der Mechanik, mit der das Physikstudium üblicherweise beginnt, ist ein angemessenes Verständnis von Vektoren nötig. Reduziert man die Behandlung vektorieller Größen auf die Betrachtung des eindimensionalen Falls, führt dies zu gravierenden Fehlvorstellungen. Für das Physikstudium ist es deshalb wünschenswert, dass Studenten bereits hinreichende Fähigkeiten im Umgang mit Vektoren mitbringen. Die Tatsache, dass neuere Physik-Hochschulbücher [1-3] dieses Thema jedoch erst in einem Vorkapitel behandeln, macht deutlich, dass hier häufig Defizite auftreten.

Auch in den Übungen zur „Einführung in die Physik I“ für Erstsemester an der Universität Würzburg wird die Erfahrung gemacht, dass bei mathematischen Vorkenntnissen viele Defizite vorhanden sind. Dabei besteht der Eindruck, dass diese Defizite über die Jahre eher größer wurden. Insbesondere mit Vektoren und vektoriellen Größen haben Studienanfänger Schwierigkeiten, so fehlt das Bewusstsein für den vektoriellen Charakter verschiedener physikalischer Größen, so dass häufig nicht zwischen vektoriellen und skalaren Größen unterschieden wird. Eine einfache Klausuraufgabe wie „Kann sich der Impuls eines Körpers ändern, ohne dass sich die Energie ändert?“ wird deshalb von vielen falsch beantwortet.

Zudem besteht der Eindruck, dass die Erstsemester sehr auf rechnerische Lösungen fixiert sind und graphische Lösungen ablehnen. Entsprechend scheint z.T. eine Anschauung von Vektoren als Pfeile im Raum wenig ausgebildet zu sein.

Aus diesen Gründen sollte mit einem Multiple-Choice-Test Aspekte eines Vektorverständnisses bei Studienanfängern untersucht werden, wobei weniger an rechnerische Leistungen, sondern an zeichnerische Fähigkeiten und die Vektoraddition gedacht wurde. Diese sollte in einem abstrakten Zusammenhang und bei Aufgaben zur Kraft in der Statik untersucht werden. Ein weiterer Punkt war, das vektorielle Verständnis der Größe „Beschleunigung“ zu ermitteln. Die Ergebnisse sollen in die Gestaltung zukünftiger Mathematik-Vorkurse und in die Vorlesung „Einführung in die Physik I“ einfließen.

### 2. Der Fragebogen

Um die Art der gewählten Aufgaben zu beschreiben, kann die Klassifizierung von Vektoraufgaben nach BOCZIANOWSKI und SCHÖN verwendet werden [4]: Bei den Aufgaben ist bei Vektoren nicht an den abstrakten mathematischen Vektorraum ( $n$ -Tupel) gedacht und weniger an eine geometrisch-arithmetische Pfeilklass (Vektoren in Spaltennotation mit geometrischer Repräsentation), sondern an Pfeile im Sinne einer geometrischen Pfeilklass, bei denen Rechenoperationen geometrisch durchgeführt werden (z.B. Kraftpfeile). Vom Schulunterricht erwarten wir, dass die Aufgaben als Reproduktion oder als Anwendung von Unterrichtsinhalten gesehen werden. Neben abstrakt mathematischen Kontexten sollten auch die Kontexte „Beschleunigung“ und „Kraft“ in einem z.T. lebensweltlichen Kontext einbezogen werden.

Damit die Ergebnisse auch mit anderen Untersuchungen verglichen werden können, wurden für diese Untersuchung keine eigenen Aufgaben entworfen, sondern nur Aufgaben aus der Literatur [5-10] entnommen. Welches Item von welchen Autoren

übernommen wurde, sieht man in Tab. 1 und Tab. 2. Der Test befindet sich als pdf auf dieser CD.

Autor- en Item	NGUYEN, MELTZER [5]	KNIGHT [6]	FLORES et al. [7]	REUSCH (unveröf- fentlicht)
M 1.	1.			
M 2.	2.			
M 3.		2.		
M 4.		3.		
M 5.		4.		
M 6.		7.		
M 7.		8.		
M 8.		9.		
M 9.		5.		
M 10.	4.			
M 11.	3.			
M 12.	5.			
M 13.	7.			
M 14.		6.		
M 15.			1.	
M 16.	6.			
M 17.			2.	
M 18.			5.	
M 19.				x

Tab. 1: Quelle der Items von Teil 1 des Tests (Mathematik und Statik)

Autor- en Item	FLORES et al. [7]	HESTENES, WELLS [8]	LABUDDE et al. [9]	WILHELM [10]
P 1.			1.5	
P 2.				6.4.3
P 3.				6.4.3
P 4.			2.2	
P 5.	7.			
P 6.	6.			
P 7.			2.1	
P 8.		4.		
P 9.		5.		
P 10.		6.		
P 11.				6.4.1
P 12.	9.			
P 13.	10.			
P 14.		7.		
P 15.		8.		

Tab. 2: Quelle der Items von Teil 2 des Tests (Kinematik und Dynamik)

### 3. Die Studentengruppen

An der Universität Würzburg gibt es im Oktober kurz vor Vorlesungsbeginn für die Physikstudenten des ersten Semesters einen einwöchigen, ganztägigen Mathematikvorkurs, in dem für das Studium wichtige Inhalte aus der Schulmathematik wiederholt und geübt werden bzw. bei geringen Vorkenntnissen vermittelt werden. Jeder Tag besteht aus einer Vorlesung und Übungen in Kleingruppen. Im Rahmen dieses Mathematikvorkurses war es möglich,

den Erstsemesterstudenten vor der Behandlung dieses Themas und vor dem eigentlichen Studienbeginn die Testaufgaben zu stellen, so dass Rückschlüsse auf den Schulunterricht möglich sind. Da die zur Verfügung stehende Zeit begrenzt war, wurde im Jahr 2005 der erste Teil und im Jahr 2006 der zweite Teil zur Bearbeitung gestellt. Die Werte aus dem Jahr 2006 werden in diesem Abschnitt in Klammern hinter den Werten aus dem Jahr 2005 angegeben.

An dem Test im Jahr 2005 (2006) nahmen 239 (251) Studenten teil, von denen 47 % (41 %) den Studiengang Physik-Diplom, 36 % (34 %) den Studiengang Nanostrukturtechnik-Diplom (Ingenieursstudiengang mit Schwerpunkt Festkörperphysik), 13 % (16 %) den Studiengang Lehramt Gymnasium und 4 % (6 %) den Studiengang Lehramt Unterrichtsfach (Grundschule, Hauptschule und vor allem Realschule) gewählt hatten. Von den Studenten waren 82 % (76 %) männlich und 18 % (24 %) weiblich.

63 % (57 %) aller Studenten hatten in ihrer Schulzeit einen Physik-Leistungskurs, 23 % (22 %) wenigstens einen Grundkurs bis zum Abitur. 5 % (10 %) hatten nur in der zwölften Jahrgangsstufe einen Grundkurs in Physik und 5 % (8 %) hatten nur bis zur elften Jahrgangsstufe Physikunterricht. 64 % (67 %) hatten einen Mathematik-Leistungskurs und 31 % (26 %) einen Mathematik-Grundkurs bis zum Abitur. 52 % (54 %) hatten im selben Jahr ihr Abitur abgelegt, während 39 % (36%) dies bereits ein Jahr vorher getan hatten. Wenn die Abiturprüfung  $x = n + 0,5$  Jahre vor Studienbeginn ist, lag die Abiturprüfung im Durchschnitt  $\bar{x} = 1,3$  Jahre zurück. 57 % (64 %) der Studenten haben ihr Abitur in Bayern, 12 % (10 %) in Baden-Württemberg und 31 % (26 %) in anderen Bundesländern abgelegt.

### 4. Ergebnisse des Mathematik-/Statikteils (Teil 1)

Der Schwerpunkt des ersten Tests lag darin, abzufragen, ob die Studenten Vektoren graphisch addieren und subtrahieren können und dies von der Addition bzw. Subtraktion der Beträge unterscheiden können. Vorher wurden noch einige andere Fähigkeiten nur kurz geprüft.

In Bayern hätten die Studenten in der Mittelstufe Verschiebungspfeile und Vektoren einschließlich der Koordinatenschreibweise kennen lernen sollen, sowie die graphische und rechnerische Addition und Subtraktion. Dem Thema wird jedoch von Mathematiklehrern häufig nur wenig Bedeutung beigemessen und im neuen Gymnasiallehrplan fehlt es völlig. In der Oberstufe werden in Bayern außerdem alle Schüler in analytischer Geometrie unterrichtet.

Für den Test bekamen die Studienanfänger 40 Minuten Zeit. Bei einer anschließenden Abstimmung per Handzeichen gaben mindestens 95 % an, dass die Zeit ausreichend war. Bei dieser Gelegenheit gaben auch ca. 80 - 90 % an, dass sie die verlangten Inhalte in der Schule ausführlich behandelt hätten. Von diesen Studenten gaben wiederum alle an, dass dies im Mathematikunterricht geschah und ca. 10 - 20 %

gaben zusätzlich den Physikunterricht an. Die Abstimmung zwischen dem Mathematik- und Physikunterricht schätzten nur ca. 5 % als gut, aber ca. 50 % als schlecht ein. Ein gutes Drittel gab an, dass sie Probleme mit verwendeten Bezeichnungen bzw. Begriffen hatten, obwohl ihnen der Inhalt klar war.

#### 4.1 Ergebnisse Vektoren allgemein

Beim ersten Item sollten die Studienanfänger angeben, welche gezeichneten Vektoren den gleichen Betrag haben, was von 86 % vollständig richtig gelöst wurde. Beim zweiten Item sollten Vektoren gesucht werden, die die gleiche Richtung wie ein vorgegebener Vektor haben. Dies wurde allerdings nur von 78 % richtig gelöst. 10 % gaben überraschenderweise außer dem richtigen Vektor noch denjenigen Vektor an, der genau in die entgegengesetzte Richtung zeigte. Es wurde sogar mehrfach dazugeschrieben, dieser hätte dieselbe Richtung, aber entgegengesetzte Orientierung.

Sind  $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$  die Einheitsvektoren eines kartesischen Koordinatensystems, so wird in der Physik ein Vektor häufig als Summe seiner Komponenten angegeben:  $\vec{a} = a_1\vec{e}_x + a_2\vec{e}_y + a_3\vec{e}_z$ . In der Schule werden dagegen üblicherweise die Koordinaten in einer

Spalte angegeben:  $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$  (Koordinatenschreibweise).

Insofern war es ungünstig, beim dritten Item nach der „Komponentenform“ eines gezeichneten Vektors zu fragen bzw. bei weiteren Items Vektoren in der Komponentenschreibweise (Summe) statt der Koordinatenschreibweise (Spalte) anzugeben. Bei der Frage nach der Komponentenform gaben so 73 % den Vektor nur in Spaltenform an, 6 % nur als Summe der Komponenten und 8 % beides, so dass insgesamt 87 % eine richtige Lösung hatten.

War ein Vektor in einem zweidimensionalen Koordinatensystem gezeichnet, konnten 92 % dessen Betrag und 77 % den Winkel zwischen Vektor und x-Achse berechnen. War der Vektor dagegen in der Komponentenschreibweise (Summe) angegeben, fielen diese Werte auf 78 % bzw. 54 % ab, was die Unvertrautheit mit dieser Schreibweise zeigt.

91 % gaben an, in der Schule das Skalarprodukt kennen gelernt zu haben, während dies 7 % verneinten. Es gibt zwei Möglichkeiten, ein Skalarprodukt zu berechnen: Als Summe der Produkte der Koordinaten oder als Produkt von den Beträgen und dem Kosinus des Zwischenwinkels. Waren die beiden Vektoren gezeichnet (Winkel  $60^\circ$ ), konnten dennoch nur 41 % das Skalarprodukt berechnen. 60 % von diesen gingen den einfachen Weg über den Kosinus, während 40 % von diesen zuerst umständlich die Koordinaten ermittelten. Waren die Vektoren jedoch mit ihren Komponenten angegeben, konnten nur 35 % das Skalarprodukt berechnen. Hier ist anzunehmen, dass die Koordinatenschreibweise ein etwas besseres Ergebnis gebracht hätte.

Nur 74 % gaben weiterhin an, dass sie das „Kreuzprodukt“  $\vec{A} \times \vec{B}$  zweier Vektoren  $\vec{A}$  und  $\vec{B}$  in der Schule kennen gelernt haben, während 24 % das verneinten. Der in der Schule übliche Begriff ist allerdings auch „Vektorprodukt“. Nur 17 % haben den richtigen Betrag angegeben und nur einer (0,4 %) die richtige Richtung. Es gibt zwei Möglichkeiten, ein Kreuzprodukt zu berechnen: Entweder mit Hilfe einer Formel für zwei Vektoren in einem dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystem oder den Betrag als Produkt von den Beträgen und dem Sinus des Zwischenwinkels (= Fläche der von den Vektoren aufgespannten Parallelogramms) und die Richtung mit Hilfe der Drei-Finger-Regel der rechten Hand. Für die Physik ist eine anschauliche Lösung über den Flächeninhalt und die Drei-Finger-Regel viel sinnvoller als eine abstrakte Formel, die aber von den Studierenden häufiger verwendet wird: 11 % der Studienanfänger kamen mit dem Sinus (Flächeninhalt) zum richtigen Betrag. 15 % versuchten sich an die Formel mit den Koordinaten der Vektoren zu erinnern bzw. diese anzuwenden, was nur bei zwei Fünftel zum richtigen Betrag (6 % von allen), aber nie zur richtigen Richtung führte.

Im Vergleich mit den Ergebnissen von amerikanischen Studienanfänger (Tab. 3) sind die deutschen Physik-Studienanfänger zwar deutlich besser. Bedenkt man aber, dass die verlangten Fähigkeiten in Physik-Einführungsvorlesungen vorausgesetzt werden, zeigt sich doch die Notwendigkeit eines Mathematikvorkurses. Insbesondere kann man feststellen, dass der Schulmathematikunterricht bei dem für die Physik wichtigen Skalar- und Vektorprodukt keine ausreichenden Kompetenzen vermittelt.

Studie / Item	deutsche Studienanfänger	amerikanische Studienanfänger Uni	amerikanische Zweitsemester Uni
1	86 %	63 % / 83 %	79 % / 87 %
2	78 %	55 % / 71 %	63 % / 77 %
3	87 %	43 %	-
4 Betrag	92 %	38 %	-
4 Winkel	77 %	16 %	-
5 Betrag	78 %	27 %	-
5 Winkel	54 %	11 %	-
6	35 %	10 %	-
7	41 %	3 %	-
8 Betrag	17 %	-	-
8 Richtung	0,4 %	1 %	-

Tab. 3: Vergleich der Ergebnisse des allgemeinen Vektorteils: Deutsche Studienanfänger in Physik und amerikanische Universitäts-Studenten verschiedener naturwissenschaftlicher Studiengänge (zwei Werte pro Feld bei algebra-based und calculus-based Kursen)

#### 4.2 Ergebnisse Vektoraddition und -subtraktion

Insgesamt wurden sechs Aufgaben zur graphischen Addition und eine zur Komponentenaddition ge-

stellt, die erfreulicherweise jeweils von 90 % bis 96 % richtig gelöst wurden (Tab. 4). Bedenkt man aber, dass schon Unterstufenschüler dies nach einem entsprechenden Unterricht können, hätte man sich hier noch bessere Ergebnisse erwartet. Ein wenig schlechter sehen die Ergebnisse aus, wenn Vektoren subtrahiert (15.cd) werden sollen (86 %) bzw. wenn man es mit einer Subtraktion lösen könnte (Finde  $\vec{B}$ , so dass  $\vec{A} + \vec{B} = \vec{R}$ ) (85 %).

Ein Vergleich mit amerikanischen Testergebnissen (Tab. 4) ergibt, dass die deutschen Studienanfänger nicht nur deutlich besser als amerikanische Studienanfänger sind, sondern sogar besser als die amerikanischen Universitäts-Studenten nach dem ersten Semester, in dem in der Mechanik mit Vektoren operiert wird. Selbst nach veränderten Erstsemesterveranstaltungen, in denen mehr Wert auf Vektoren gelegt wurde [7, S. 461], sind die amerikanischen Studenten nicht besser.

Stu- die Item	Stu- dien- anfän- ger D	Stu- dien- anfän- ger USA (algebra/ calculus)	Zweit- semester USA (algebra/ calculus)	nach tra- dition. Vorle- sung, USA	nach veränderter Vorlesung 2 Unis, USA
9	93 %	49 %	-	-	-
10	94 %	58 % / 84 %	73 % / 92 %	-	-
11	95 %	83 % / 91 %	90 % / 96 %	-	-
12	93 %	22 % / 58 %	44 % / 73 %	-	-
13	96 %	32 % / 57 %	48 % / 68 %	-	-
14	90 %	55 %	-	-	-
15 a	95 %	-	-	50 %	75 % / 95 %
15 b	92 %	-	-	30 %	60 % / 85 %
15 c	86 %	-	-	60 %	80 % / 90 %
15 d	74 %	-	-	25 %	50 % / 70 %
16	85 %	18 % / 54 %	35 % / 68 %	-	-

Tab. 4: Vergleich der Ergebnisse zur Vektoraddition und Vektorsubtraktion: Deutsche Studienanfänger in Physik und amerikanische Universitäts-Studenten verschiedener naturwissenschaftlicher Studiengänge

### 4.3 Ergebnisse zu Aufgaben aus der Statik

Schließlich wurden im ersten Testteil noch wenige Items mit einem Kontext aus der Statik gestellt, die schlechter als beim abstrakt mathematischen Kontext bearbeitet wurden. Beim sehr einfachen Item 19 (84 % bzw. 80 % richtig) könnte dies darin liegen, dass ein paar Studenten für dieses Item keine Zeit mehr hatten.

Das Item 17 (64 % richtig) war ein wenig anspruchsvoller als die mathematischen Items. Beim Item 18 (29 % richtig), liegt aber sicher ein anderer Effekt vor: Da die Aufgabe sehr alltagsnah ist, ist davon auszugehen, dass die Studierenden nicht ihr mathematisches Vektorwissen heranzogen, sondern auf Alltagswissen zurückgriffen. Die falsche Lösung war hier zu attraktiv (Gewichtskraft teilt sich auf zwei Seile auf, die allerdings schräg laufen). Dennoch schneiden die deutschen Studienanfänger im

Vergleich zu amerikanischen Ergebnissen gut ab (Tab. 5).

Item	Stu- dien- anfän- ger D	nach traditionel- ler Vorlesung Uni, USA	nach veränderter Vorlesung, 2 Unis, USA
17	64 %	-	50 % / 55 %
18	29 %	2 %	20 % / 45 %

Tab. 5: Vergleich der Ergebnisse zur Statik mit amerikanischen Universitäts-Studenten

### 4.4. Faktorenanalyse und Reliabilität

Für die Analyse wurden die Items 4, 5 und 8 in je zwei Items zerlegt (Betrag und Richtung) und ebenso die Items 13, 15a, 15c, 17 und 18 (Aufgabe und Erklärung). Da das Item „8 Richtung“ nicht weiter betrachtet werden musste, ergaben sich 30 Items, die dichotom ausgewertet wurden.

Der Scree-Test von CATTELL [11] lieferte drei Faktoren, so dass eine Faktorenanalyse mit drei Faktoren und Varimaxrotation durchgeführt wurde. Auf einem Faktor laden die Items 1 bis 8 und 14 hoch (außer Item 2), die algebraische Lösungen fordern. Auf einem anderen Faktor laden die Items hoch, die eine graphische Addition verlangen (außer den Items 9, 11 und 16), während auf dem dritten Faktor die Items zur Statik hoch laden. Entsprechend wurden drei Subskalen gebildet (siehe Tab. 6), die jeweils eine hohe Reliabilität haben (Die Cronbachs Alphas sind über 0,7).

Subskala	Items	Reliabilität Cronbachs Alpha	Anteil richtiger Antwor- ten
algebrai- sche Vek- torrechnung	1, 3, 4B, 4W, 5B, 5W, 6, 7, 8B, 14	0,70	<b>66 %</b>
graphische Addition	10, 12, 13a, 13b, 15a, 15aE, 15b, 15c, 15cE, 15d	0,78	<b>89 %</b>
Anwendung in der Statik	17, 17E, 18, 18E, 19a, 19b	0,77	<b>34 %</b>

Tab. 6: Subskalen des ersten Testteils und ihre Reliabilität

### 5. Ergebnisse Kinematik-/Dynamikteil (Teil 2)

Im zweiten Test sollte festgestellt werden, ob die Studienanfänger eine richtige vektorielle Vorstellung von kinematischen und dynamischen Größen, insbesondere der Beschleunigung haben. Für den Test bekamen die Studienanfänger 30 Minuten Zeit, was für fast alle ausreichend war. Nach dem Test antworteten auf die Frage, ob solche Aufgaben in der Schule vorkamen, alle Studienanfänger per Handzeichen mit Ja. Auf die Frage, ob sie sich bei diesen Aufgaben sicher fühlten, gaben allerdings nur ca. 5 % die Antwort „Ja“. Dass sie sich bei diesem Thema wenig sicher fühlen, gaben aber auch nur ca. 10 % zu, während die Hälfte angab, sich zu 50 % sicher zu fühlen.

### 5.1 Ergebnisse zur Kinematik

Da davon auszugehen ist, dass die Studienanfänger die Richtung der Geschwindigkeit in der Regel richtig angeben, beziehen sich fast alle Items auf die Beschleunigung. Lediglich Item 6 fragt bei einer Kreisbewegung mit konstantem Tempo (Mond um Erde) nach der Änderung der Geschwindigkeit innerhalb einer Viertel Umdrehung. Alle anderen kinematischen Aufgaben fragen nach der Beschleunigungsrichtung. Die Ergebnisse sind davon abhängig, ob es sich um ein- oder zweidimensionale Bewegungen handelt und wie sich das Tempo ändert, aber auch vom Kontext der Aufgabe (siehe Tab. 7). Trotzdem haben diese 16 Items zur Beschleunigung bei dichotomer Auswertung (richtig/falsch) eine hohe Reliabilität: Es ergibt sich ein Cronbachs Alpha von 0,81.

Aufgabe	Bewegung	Tempo	richtig
11a	gerade	zunehmend	93 %
11b	gerade	abnehmend	91 %
4	gerade	abnehmend	74 %
8	gerade	zunehmend	73 %
1	gerade	Null, Minimum	58 %
3	gerade	ab/Null/zu	37 %
2	gerade	ab/Null/zu	34 %
10	Kurve	Null, Minimum	57 %
15 $\vec{a}$	Kurve	konstant	43 %
6	Kurve	konstant	33 %
11d	Kurve	konstant	19 %
7	Kurve	zunehmend	18 %
11e	Kurve	zunehmend	15 %
11c	Kurve	abnehmend	15 %
5	Kurve	abnehmend	12 %
9	Kurve	Maximum	3 %

Tab. 7: Aufgaben zur Kinematik: Itembeschreibung und Ergebnisse

Zur Beantwortung dieser Beschleunigungsitems ist die Anwendung dreier Konzepte denkbar: 1. Beschleunigung kann als eine Eigenschaft der Geschwindigkeit aufgefasst werden, so dass die Geschwindigkeitsrichtung angegeben wird (Fehlkonzept). 2. Beschleunigung wird als Änderung der Schnelligkeit aufgefasst und ist damit eine Zahl; ist sie positiv, wird sie in Geschwindigkeitsrichtung eingezeichnet, ist sie negativ, dagegen (Fehlkonzept). 3. Die Beschleunigung ist die Änderung des Geschwindigkeitsvektors (physikalisches Konzept). Bei eindimensionalen Bewegungen oder bei schneller werdenden Bewegungen können verschiedene Konzepte zur gleichen Antwort führen. Bei den Items 8 und 11a führen sogar alle drei Konzepte zum gleichen Ergebnis.

Die Tab. 8 zeigt, dass je nach Aufgabe bis zu einem Drittel der Studenten das Geschwindigkeitskonzept (1.) verwenden. Besonders beliebt ist das Schneller/langsamer-Konzept (2.), was in der Schule z.T. so gelehrt wird, zumindest aber eine Folge der schulischen Überbetonung eindimensionaler Bewegun-

gen ist. Fällt das Ergebnis des physikalischen Konzeptes nicht mit dem Ergebnis dieses Konzeptes zusammen, wird das physikalische Konzept durchschnittlich nur von einem Viertel der Studierenden bei der Lösung der Items eingesetzt (28 %).

Konzept / Item	$\vec{a} \sim \vec{v}$	$a \sim \Delta v $ tangential	$\vec{a} \sim \Delta\vec{v}$
11b	3 %	91 %	
4	20 %	74 %	
1	38 %		61 %
3	33 %	4 %	37 %
2	24 %	18 %	34 %
10	14 %	13 %	57 %
15 $\vec{a}$	4 %	48 %	43 %
6	31 %	30 %	33 %
11d	6 %	47 %	19 %
7	53 %		18 %
11e	49 %		15 %
11c	4 %	68 %	15 %
5	15 %	39 %	12 %
9	19 %	59 %	3 %

Tab. 8: Häufigkeiten der Antworten, die sich aus den drei verschiedenen Beschleunigungskonzepten ergeben

Zur Ermittlung der physikalischen Beschleunigungsrichtung sind zwei kinematische Vorgehensweisen möglich: 1. Aus zwei Geschwindigkeitsvektoren wird der Geschwindigkeitsänderungsvektor mit seiner Richtung ermittelt. 2. Aus der Veränderung des Tempos wird der tangente Anteil und aus der Krümmung der Kurve der radiale Anteil des Beschleunigungsvektors überlegt. Dagegen werden bei manchen Aufgaben wie bei Fallbewegung physikalische Experten z.T. von der Kraft auf die Beschleunigung schließen.

Vergleicht man die Ergebnisse der Studienanfänger mit den Ergebnissen, die bayerische Gymnasiasten nach dem entsprechenden Mechanikunterricht der Oberstufe erreichen (Tab. 9), sind die Physikstudenten wie erwartet etwas besser. Geht man aber davon aus, dass die Studenten in der Schule zu den besten Physikschülern gehörten, sind die Ergebnisse dennoch enttäuschend.

Item	Studienanfänger D vor Studium	bayerische Gymnasiasten nach Unterricht 11. Jgst.
11a	93 %	93 %
11b	91 %	88 %
3	37 %	9 %
2	34 %	7 %
11d	19 %	12 %
11e	15 %	9 %
11c	15 %	6 %

Tab. 9: Vergleich der Ergebnisse zur Kinematik mit bayerischen Gymnasiasten nach dem Mechanikunterricht

Während bei den mathematischen Aufgaben zum Vektorverständnis die deutschen Studienanfänger deutlich besser als amerikanische Studenten waren, liegen die deutschen Studenten bei der Kinematik im unteren Bereich der amerikanischen Ergebnisse (Tab. 10). An manchen High Schools sind sogar die Ergebnisse der Schüler wesentlich besser als die der deutschen Erstsemester. Das zeigt, dass der deutsche Physikunterricht mehr erreichen könnte und sich in dieser Hinsicht verändern muss. Gute Ergebnisse wurden insbesondere in den USA nach veränderten Erstsemesterveranstaltungen erzielt, in denen auf konzeptuelles Verständnis Wert gelegt wurde und Geschwindigkeitsänderungsvektoren in der ein- und zweidimensionalen Kinematik konstruiert wurden [7, S. 461].

Item	Studienanfänger D	nach High School Unterricht USA	nach traditioneller Vorlesung Uni, USA	nach modifizierter Vorlesung, 2 Unis, USA
8	73 %	80 – 94 %	67 – 86 %	-
10	57 %	44 – 73 %	53 – 96 %	-
6	33 %	-	15 %	50 % / 90 %
5	12 %	-	-	50 % / 70 %
9	3 %	1 – 40 %	12 – 72 %	-

Tab. 10: Vergleich der Ergebnisse zur Kinematik mit amerikanischen Untersuchungen (in USA: verschiedene Gruppen an High Schools und Universitäten)

### 5.2 Ergebnisse zur Dynamik

Zur Dynamik wurden nur recht wenige Aufgaben gestellt, so dass sich dazu nur wenig aussagen lässt. Die resultierende Kraft auf einen Körper ist im newtonschen Konzept proportional zu dessen Beschleunigung, so dass für einen Physiker die Frage nach der Zentripetalkraft äquivalent zur Frage nach der Zentripetalbeschleunigung ist. Für Lernende muss das keineswegs so sein. So war die häufigste Antwort (39 %) bei dem abstrakten Item 15, dass bei der Kreisbewegung mit konstantem Tempo die Beschleunigung Null ist und eine Kraft nach außen auf den Körper wirkt (richtige Antwort: 29 %). Amerikanische Testwerte zeigen (Tab. 11), dass auch hier durchaus bessere Ergebnisse möglich wären.

Item	Studienanfänger D	nach High School Unterricht USA	nach traditioneller Vorlesung Uni, USA	nach modifizierter Vorlesung Uni, USA
14	41 %	8 – 40 %	67 – 92 %	-
13	43 %	-	-	40 %
15	29 %	23 – 83 %	67 – 92 %	-
12	24 %	-	-	30 %

Tab. 11: Vergleich der Ergebnisse zur Dynamik mit amerikanischen Untersuchungen (in USA: verschiedene Gruppen an High Schools und Universitäten)

Bei der schwierigeren Aufgabe 13 mit anderem Kontext gaben dagegen 43 % die richtige Antwort

(z.T. ohne Begründung). Über ein Drittel dieser Studenten (16 % von allen) argumentierte allerdings mit der Flieh-/Zentrifugalkraft (Sicht des mitbewegenden Beobachters). Ob diese auch zur objektiven Sicht des ruhenden Beobachters fähig sind, darf bezweifelt werden und es wird angenommen, dass manche Lehrer immer noch die Scheinkräfte statt die Sicht des ruhenden Beobachters unterrichten. Mit der gleichen Argumentation über die Fliehkraft müsste auch Item 12 richtig lösbar sein. In dieser anderen Situation gaben aber dennoch nur 24 % die richtige Antwort.

Beim Item 14 wird nur überprüft, ob ein Vektor richtig in seine Komponenten zerlegt werden kann (41 % richtig). Da die richtige Vorstellung (Kräfte kompensieren sich) zum gleichen Ergebnis wie eine typische Fehlvorstellung (Kraft in Bewegungsrichtung nötig) führt, ist es keine sinnvolle Dynamik-Aufgabe.

### 6. Zusammenfassung und Folgerungen

Die Ergebnisse bei der graphischen Addition und Subtraktion von Vektoren sind besser als dies vorher aufgrund von Erfahrungen in Übungen erwartet wurde. Dennoch zeigt der Test, dass Mathematikvorkurse und hier die Behandlung von Vektoren weiterhin notwendig sind. Die graphische Vektoraddition ist für die zu wiederholen, die darin nicht sicher sind. Insbesondere sind aber die algebraischen Fertigkeiten in solchen Vorkursen zu schulen, wozu vor allem das Skalar- und Vektorprodukt gehört, die wenig beherrscht werden.

In der einführenden Mechanikvorlesung ist es besonders wichtig, die Richtung der Größen zu betonen. Dabei sollte beachtet werden, dass viele Studenten meinen, die Größe „Beschleunigung“ zu kennen und dennoch physikalisch falsche Konzepte verwenden.

Für den Mathematikunterricht der Schule ist zu fordern, dass in der „analytischen Geometrie“ mehr die Anschauung trainiert wird anstelle eines abstrakten Rechnens, indem mehr Wert auf die geometrische Darstellung gelegt wird. Dazu gehört eine anschauliche Vorstellung des Skalarproduktes als Produkt der Längen der Vektoren nach einer senkrechten Projektion eines Vektors auf den anderen. Ein anschauliches Vektorverständnis sollte aber bereits der Mittelstufenunterricht fördern, indem er Pfeile mit Betrag und Richtung behandelt, die geometrisch addiert werden. Deshalb ist es bedenklich, wenn z.B. in Bayern die Pfeile bzw. Vektoren nicht mehr im Mathematiklehrplan der Sekundarstufe I gefordert werden.

Auch diese Untersuchung zeigt erneut das Scheitern des Konzeptes des herkömmlichen Physikunterrichts, die Kinematik und Dynamik an eindimensionalen Bewegungen einzuführen und später auf mehrere Dimensionen zu erweitern. Wie bereits JUNG [11] und andere [12-15] seit Jahrzehnten forderten, ist es nötig, mit zweidimensionalen Bewegungen zu

beginnen. Dazu liegen Konzepte und Evaluationen für die Grundschule [11], die Mittelstufe [12-15] und die Oberstufe [10] vor, die beachtet werden sollten.

## 7. Literatur

- [1] HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. (2003): Physik, Wiley-VCH, Weinheim
- [2] GIANCOLI, D. (2006): Physik, Pearson Education, München
- [3] NOLTING, W. (2002): Grundkurs Theoretische Physik 1, Klassische Mechanik, 8. Auflage, Springer, Berlin, Heidelberg
- [4] BOCZIANOWSKI, F.; SCHÖN, L.-H. (2007): Mit der Statik in die Mechanik - Vektoren als kumulatives Element - In: Höttecke, D. (Hrsg.): Naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich, Jahrestagung der GDCP in Bern 2006, Reihe: Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik, Band 27, Lit-Verlag, Münster
- [5] NGUYEN, N.; MELTZER, D. (2003): Initial understanding of vector concepts - In: American Journal of Physics 71, Nr. 6, S. 630 - 638
- [6] KNIGHT, R. (1995): The Vector Knowledge of Beginning Physics Students - In: The physics teacher 33, S. 74 - 78
- [7] FLORES, S.; KANIM, S.; KAUTZ, C. (2004): Student use of vectors in introductory mechanics - In: American Journal of Physics 72, Nr. 4, S. 460 - 468
- [8] HESTENES, D.; WELLS, M. (1992): A Mechanics Baseline Test - In: The physics teacher 30, S. 159 - 166
- [9] LABUDDE, P.; REIF, F.; QUINN, L. (1988): Facilitation of scientific concept learning by interpretation procedures and diagnosis - In: International Journal of Science Education, Vol. 10, S. 81 - 98
- [10] WILHELM, T. (2005): Konzeption und Evaluation eines Kinematik/Dynamik-Lehrgangs zur Veränderung von Schülervorstellungen mit Hilfe dynamisch ikonischer Repräsentationen und graphischer Modellbildung, Dissertation, Logos-Verlag
- [11] JUNG, W.; REUL, H.; SCHWEDES, H. (1977): Untersuchungen zur Einführung in die Mechanik in den Klassen 3 - 6, Beiträge zur Methodik und Didaktik der Physik, Diesterweg, Frankfurt am Main
- [12] SPILL, L.; WIESNER, H. (1988): Zur Einführung des dynamischen Kraftbegriffs in der Sekundarstufe I. Bericht über Unterrichtsversuche - In: Kuhn, W. (Hrsg.): Didaktik der Physik, Vorträge Physikertagung 1988 Gießen (Deutsche Physikalische Gesellschaft (DPG), Fachausschuß Didaktik der Physik), S. 412 - 417
- [13] WODZINSKI, R.; WIESNER, H. (1994a): Einführung in die Mechanik über die Dynamik. Beschreibung von Bewegungen und Geschwin-

digkeitsänderungen - In: Physik in der Schule 32, Nr. 5, S. 164 - 169

- [14] WODZINSKI, R.; WIESNER, H. (1994b): Einführung in die Mechanik über die Dynamik. Zusatzbewegung und Newtonsche Bewegungsgleichung - In: Physik in der Schule 32, Nr. 6, S. 202 - 207
- [15] WODZINSKI, R. (1995): Untersuchungen von Lernprozessen bei der Einführung in die Newtonsche Dynamik - Untersuchungskonzeption und erste Ergebnisse - In: Behrendt, H. (Hrsg.): Zur Didaktik der Physik und Chemie, Probleme und Perspektiven, Vorträge auf der Tagung für Didaktik der Physik/Chemie in Freiburg i.Br., September 1994, Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik (GDCP), Leuchtturm-Verlag, S. 247 - 249

## 8. Danksagung

Besonderer Dank gilt AD Wolfgang REUSCH, der die Untersuchung unterstützte und im Mathematik-Vorkurs die Zeit für die Erhebung zur Verfügung stellte.

## 9. Adresse

StR Dr. Thomas Wilhelm, Lehrstuhl für Didaktik der Physik, Physikalisches Institut der Universität Würzburg, Am Hubland, 97074 Würzburg, Tel. 0931/888-5788,  
[www.physik.uni-wuerzburg.de/~wilhelm](http://www.physik.uni-wuerzburg.de/~wilhelm)  
[wilhelm@physik.uni-wuerzburg.de](mailto:wilhelm@physik.uni-wuerzburg.de)