Die folgenden Original-Seiten der Zeitschrift „Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule“ wurden mit expliziter Genehmigung des Aulis-Verlages (Dr. Brigitte Abel) und des Friedrich-Verlages (Hubertus Rollfing) auf die Webseite www.thomas-wilhelm.net gestellt. Vielen Dank für die Erlaubnis.

Die exakte Quellenangabe des Zeitschriftenartikels ist:

WILHELM, T.; REUSCH, W.; HOPF, M.

Woher kommt die Energie beim Stoß?

Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 65, Nr. 5, 2016, S. 5 - 6

Woher kommt die Energie beim Stoß?

Th. Wilhelm, W. Reusch u. M. Hopf

1 Die Problemstellung

Das folgende Problem zu einem Stoß betrifft zwar in erster Linie die Inhalte des ersten Semesters des Physikstudiums und eher nicht die Schulphysik, aber man kann daraus auch eine Menge für die Schule lernen. Denn kaum jemand kann die folgende qualitative Aufgabe spontan lösen. Die Aufgabe wurde u. a. auch Physikprofessoren und Physikdidaktikprofessoren gestellt, die sich damit z. T. recht schwer taten. Dieses interessante Problem zeigt aber einige wichtige Ideen der Mechanik auf.

Das Problem: „Auf einem Luftkissentisch liegt ein quaderförmiger Puck. Wird er so gestoßen, dass die Wirkungslinie der Kraft durch den Schwerpunkt parallel zum Tisch geht, erhält der Puck nur eine Translation und eine Translationsenergie. Wird er aber seitlich mit *gleicher* Krafteinwirkung gestoßen, bekommt er die gleiche Translationsgeschwindigkeit, aber zusätzlich eine Rotation. Woher kommt die zusätzliche Energie für die Rotation? Oder ist etwas an der Überlegung falsch?“ Vor dem Weiterlesen ist hier nachzudenken.

2 Die Lösung

Diese Situation soll nicht nur qualitativ diskutiert werden, sondern an einem konkreten Beispiel durchgerechnet werden, da es damit klarer wird. Unser Puck habe eine Masse von m = 0,20 kg. Darauf wirkt eine konstante Kraft, deren Wirkungslinie durch den Schwerpunkt geht, von F = 0,20 N über eine Dauer von Δt = 0,10 s (siehe Abb. 1). In diesem Fall bekommt der Körper eine Beschleunigung von $a = F/m$ = 1,0 m/s², erreicht ein Tempo von $v = a\,\Delta t$ = 0,10 m/s und hat damit eine kinetische Energie von $E_{kin} = ½\, m\, v^2$ = 1,0 mJ. Bis zum Ende der Krafteinwirkung hat er eine Strecke von $\Delta x = ½\, a\, (\Delta t)^2$ = 5,0 mm zurückgelegt. Die Arbeit, die an dem Puck verrichtet wurde, ist damit $W = F \cdot \Delta x$ = 1,0 mJ und genau so groß, wie die kinetische Energie, da keine Reibung vorliegt.

Bei einem Puck, der seitlich vom Schwerpunkt, also nicht zentral, gestoßen wird, können wir zunächst die Translationsbewegung berechnen. Es gilt: Die Beschleunigung des Schwerpunktes eines ausgedehnten, starren Körpers, auf den mehrere Kräfte $\vec{F}_i$ an verschiedenen Stellen

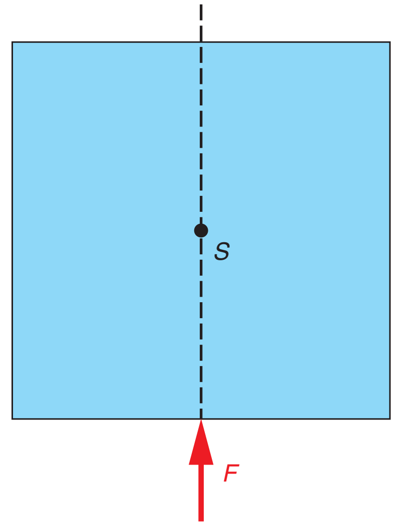

Abb. 1: Zentraler Stoß auf den Puck: Die Wirkungslinie der Kraft geht durch den Schwerpunkt

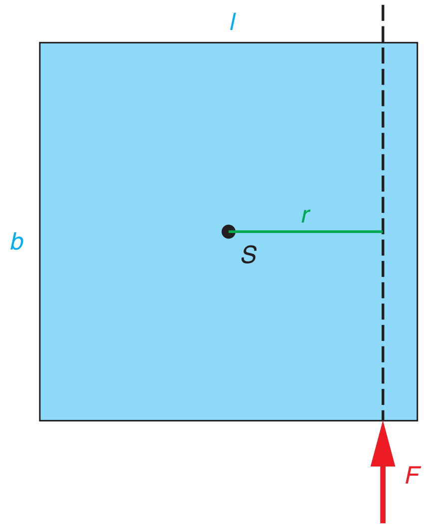

Abb. 2: Seitlicher Stoß auf den Puck: Die Wirkungslinie der Kraft geht nicht durch den Schwerpunkt

in verschiedene Richtung einwirken, erhält man gemäß dem zweiten Newton'schen Gesetz als $\vec{a} = \sum \vec{F}_i\,/m$. Man kann also so tun, als ob alle Kräfte im Schwerpunkt angreifen oder als ob der Körper eine Punktmasse ist. Deshalb ist es ja auch nicht sinnvoll, in der Punktmechanik bzw. bei Translationsbewegungen den Angriffspunkt einer Kraft zu betonen. Generell ist eine Kraft durch Richtung und Betrag gekennzeichnet. Der Angriffspunkt oder genauer die Wirkungslinie der Kraft spielt erst bei Drehbewegungen eine Rolle, also bei Drehmomenten. Im Falle des seitlichen Stoßes bekommt also der Schwerpunkt auch eine Beschleunigung von $a = F/m$ = 1,0 m/s², erreicht ein Tempo von $v = a\,\Delta t$ = 0,10 m/s und der Puck hat damit eine kinetische Energie von ebenso $E_{kin} = ½\, m\, v^2$ = 1,0 mJ.

Wir nehmen vereinfacht an, unser Puck hätte eine quadratische Grundfläche mit der Seitenlänge $l = b$ = 0,10 m, sodass er ein Trägheitsmoment von $J = 1/12\; m\, (l^2 + b^2)$ = 1/3000 kg m² hat. Außerdem nehmen wir an, dass nun beim Stoß der Abstand der Wirkungslinie vom Schwerpunkt (der Stoßparameter r) ca. 82 % der halben Seitenlänge beträgt: $r = l/\sqrt{6} \approx 0{,}82\; l/2$ (siehe Abb. 2). Die Drehung dieses freien Körpers (ohne feste Achse) erfolgt um eine Hauptträgheitsachse, also hier um eine vertikale Achse durch den Schwerpunkt. Im diesem Fall bekommt der Körper eine Winkelbeschleunigung von $\alpha = M/J = F\,r/J \approx 24{,}5\ \mathrm{s}^{-2}$, erreicht eine Winkelgeschwindigkeit von $\omega = \alpha\,\Delta t \approx 2{,}45\ \mathrm{s}^{-1}$ und hat damit eine Rotationsenergie von $E_{rot} = ½\, J\, \omega^2$ = 1,0 mJ. Die Werte wurden bewusst so gewählt, dass sich die gleiche Rotationsenergie wie Translationsenergie ergibt. Das Verhältnis der Energien hängt vom Trägheitsmoment J und vom Stoßparameter r ab. Der Körper hat in unserem Beispiel also eine doppelt so große Gesamtenergie wie im ersten Fall.

Um die mechanische Arbeit zu berechnen, bestimmen wir den zurückgelegten Weg. Bis zum Ende der Krafteinwirkung hat der Puck eine Translationsstrecke von $\Delta x = ½\, a\, \Delta t^2$ = 5,0 mm zurückgelegt. Außerdem hat er sich um $\Delta\varphi = ½\, \alpha\, \Delta t^2$ = 0,12 rad (≈ 7°) gedreht. Dieser geringe Drehwinkel berechtigt zu der Annahme, dass die Kraft immer senkrecht zum Dreharm ausgerichtet war. An der Stoßstelle hat er sich damit um weitere $\Delta s = r\,\Delta\varphi$ = 5,0 mm bewegt. Insgesamt hat sich der Puck damit an der Stoßstelle um $\Delta x + \Delta s$ = 10 mm bewegt (siehe Abb. 3) und dabei wurde eine Arbeit von $W = F\,(\Delta x + \Delta s)$ = 2,0 mJ verrichtet, also doppelt so viel wie im ersten Fall.

3 Die Moral von der Geschichte

Es genügt beim Vergleich zweier Krafteinwirkungen nicht zu sagen, dass die wirkende Kraft gleich groß war. Es ist zusätzlich anzugeben, ob sie auch zeitlich gleich lang oder über den gleichen Weg gewirkt hat. Hätte man bei obigen Problem vorgege-

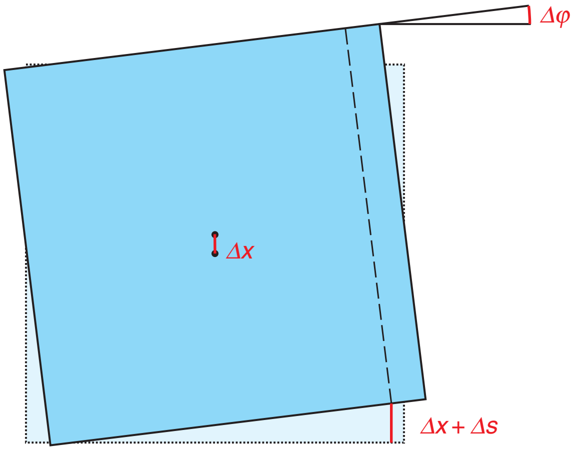

Abb. 2: Ergebnis des seitlichen Stoßes auf den Puck: Translation um Δx und Rotation um $\Delta \varphi$

ben, dass die Kraft beim seitlichen Stoß über die gleiche Strecke auf den Puck eingewirkt hat (und damit eine kürzere Zeit), hätte er die gleiche Gesamtenergie, aber eine geringere Translationsgeschwindigkeit. Da sich der Körper während der Krafteinwirkung weiterbewegt, ist es experimentell allerdings nicht so einfach, eine Kraft über eine bestimmte Zeit oder einen bestimmten Weg konstant wirken zu lassen.

Der Kraftstoß $\int \vec{F}\, dt = \vec{F}_{\text{Mittel}}\, \Delta t$ ergibt die Impulsänderung $\Delta \vec{p}$ und damit die Geschwindigkeitsänderung $\Delta \vec{v}$. Die große Bedeutung der Einwirkzeit kann schon bei der Einführung der Mechanik in der Sekundarstufe I deutlich gemacht werden, wenn man das zweite Newton'sche Gesetz in der elementarisierten Form $\vec{F}\, \Delta t = m\, \Delta \vec{v}$ behandelt [1]. Die mechanische Arbeit $\int \vec{F}\, d\vec{s}$ bestimmt dagegen die übertragene Energie.

Wenn wir an eine Krafteinwirkung denken, dann denken wir daran, dass diese eine gewisse Zeit wirkt, also an den Kraftstoß. Wir erwarten aber, dass das Ergebnis eine Energie ist, was in diesem Beispiel zu Verwirrung führte.

Ein ähnliches Problem wird in [2] diskutiert. Ein Holzklotz wird von einer Gewehrkugel einmal mittig und einmal seitlich mit jeweils dem gleichen Tempo (dem gleichen Impuls und der gleichen Energie) getroffen, sodass der Holzklotz einmal keine und einmal eine große Rotation erhält. Die Frage ist, wie es dann mit der Translationsbewegung aussieht. Da die Kugel jeweils im Holz stecken bleibt, handelt es sich um einen vollkommen unelastischen Stoß und der Holzklotz mit Kugel hat danach in beiden Fällen den Translationsimpuls, den davor nur die Kugel hatte. In beiden Fällen ergeben sich somit die gleiche Translationsgeschwindigkeit und die gleiche Translationsenergie. Wird der Holzklotz aber seitlich getroffen und dreht sich damit schnell weg, kann die Kugel nicht ganz so tief eindringen, sie verformt das Holz etwas weniger. Hier geht weniger Energie in die Verformung und Erwärmung, dafür aber noch Energie in die Rotation. ■

Literatur

[1] Zu einem entsprechenden Unterrichtskonzept sind zwei Lehrerhandbücher mit vielen Unterrichtsmaterialien erschienen: H. Wiesner, T. Wilhelm, C. Waltner, V. Tobias, A. Rachel & M. Hopf, Mechanik I: Kraft und Geschwindigkeitsänderung, Reihe Unterricht Physik, Band 5, Aulis 2011 und T. Wilhelm, H. Wiesner, M. Hopf & A. Rachel, Dynamik, Erhaltungssätze, Kinematik, Reihe Unterricht Physik, Band 6, Aulis 2013

[2] Veritasium, Bullet Block Explained!, https://www.youtube.com/watch?v=BLYoyLcdGPc

Anschrift der Verfasser

Prof. Dr. Thomas Wilhelm, Institut für Didaktik der Physik, Goethe-Universität Frankfurt am Main, Max-von-Laue-Str. 1, 60438 Frankfurt am Main,
E-Mail: wilhelm@physik.uni-frankfurt.de;
AkDir. Wolfgang Reusch, Fakultät für Physik und Astronomie, Julius Maximilians-Universität Würzburg, Am Hubland, 97074 Würzburg,
E-Mail: reusch@physik.uni-wuerzburg.de;
Prof. Dr. Martin Hopf, Universität Wien, AECC Physik, Porzellangasse 4/2/2, 1090 Wien, Österreich,
E-Mail: martin.hopf@univie.ac.at.

Reflexion rotierender Körper: Quantitative Analyse eines überraschenden Freihandversuchs

P. Vogt, M. Blümel, M. Mey

1 Einleitung

Nicht selten wird bei der Behandlung des Reflexionsgesetzes im Optikunterricht der Sekundarstufe 1 die Reflexion von Billardkugeln als Analogie angeführt (z. B. [1]–[3]). Dabei wird oftmals außer Acht gelassen, dass die einfache Regel „Einfallswinkel = Ausfallswinkel" bei rotierenden Körpern einen Spezialfall darstellt [4], was bereits eine einfache qualitative Betrachtung nahelegt: Trifft ein Springball (auch Superball oder Flummi) ohne Anfangsrotation schräg auf eine Unterlage, so übt die Reibungskraft während des Kontakts ein Drehmoment aus [5], welches den Ball in Vorwärtsrotation versetzt (Abb. 1). Aufgrund der Energieerhaltung muss dabei die Geschwindigkeitskomponente in *x*-Richtung abnehmen, was zwangsläufig zu einem kleineren Ausfallswinkel führt.

Tatsächlich machen sich u. a. Billard-, Tennis- und Tischtennisspieler diesen Umstand häufig zu Nutze [4]; beispielsweise springt bei einem Topspin (angeschnittener Ball mit Vorwärtsrotation) im Tischtennis der Ball nach dem Auftreffen deutlich flacher ab, als es das aus der Optik bekannte Reflexionsgesetz nahelegt.

Besonders eindrucksvoll kann diese Abweichung anhand eines Freihandexperi-