

Die folgenden Original-Seiten der Zeitschrift „Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule“ wurden mit expliziter Genehmigung des Aulis-Verlages (Dr. Brigitte Abel) und des Friedrich-Verlages (Hubertus Rollfing) auf die Webseite www.thomas-wilhelm.net gestellt. Vielen Dank für die Erlaubnis.

Die exakte Quellenangabe des Zeitschriftenartikels ist:

WILHELM, T.; OSSAU, W.

Bierschaumzerfall – Modelle und Realität im Vergleich

Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 58, Nr. 8, 2009, S. 19 - 26

Bierschaumzerfall

Modelle und Realität im Vergleich

Th. Wilhelm u. W. Ossau



1 | Motivation und Begründung

Der Bierschaumzerfall ist ein bekannter Versuch im Physikunterricht, der als Analogversuch zum radioaktiven Zerfall verwendet wird [1-5]. Im Mathematikunterricht wird er außerdem bei der Einführung der Exponentialfunktion eingesetzt. Die Attraktivität des Versuchs liegt nicht nur daran, dass Bier für viele Schüler dieses Alters interessant und positiv besetzt ist. Der Zerfall des Bierschaums ist jedem aus dem Alltag bekannt, der Versuch ist sehr einfach (mit alkoholfreiem Bier!) durchführbar und kann von jedem Schüler zu Hause wiederholt werden [6]. Während man beim radioaktiven Zerfall die Anzahl der unzerfallenen Kerne nicht sehen kann und auch die Zerfallsrate nur mit Messgeräten erfassen kann, ist das Volumen der unzerfallenen Bierschaumbläschen gut sichtbar. Da man zylindrische Gefäße verwendet, ist die Höhe des Schaums gleichzeitig ein Maß für das Volumen. Weiterhin ist es scheinbar einleuchtend (aber nicht richtig), dass die Anzahl der Bläschenzerfälle pro Zeiteinheit proportional zur Anzahl vorhandener Bläschen ist:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N.$$

Dennoch haben schon viele Lehrer festgestellt, dass ihre Messwerte von dem erwarteten Verlauf

$$h(t) = h_0 e^{-\lambda t} \\ = h_0 e^{-\frac{t}{T}}$$

bzw.

$$h(t) = h_0 2^{-\frac{t}{T}} \\ = h_0 e^{-\ln 2 \frac{t}{T}}$$

abweichen. Im Folgenden werden die wesentlichen Veröffentlichungen zum Bierschaumzerfall zusammengefasst und bewertet. Anschließend wird demonstriert, wie man bei angenommenen guten Messwerten eine geeignete Anpassung (Kurvenfit) macht. Schließlich wird gezeigt, wie man geschickt messen kann.

2 | Fachliche Analysen

2.1 Der Bierschaum

Schäume begegnen uns häufig im Alltag, sind sehr interessant und verbergen einige noch ungeklärte Fragen [7]. Auch die Bildung und der Zerfall von Bierschaum ist ein sehr komplexer Vorgang, mit dem sich industrielle Forschung und Brauereien schon intensiv befassen haben [8-10]. Flüssiger Schaum ist eine feine Verteilung eines Gases in einer Flüssigkeit, die in der Chemie als Dispersion bezeichnet wird. Oder anders gesagt besteht flüssiger Schaum aus gasförmigen Bläschen, die von flüssigen Wänden eingeschlossen sind.

Durch die mechanische Arbeit des Einschenkens des Bieres wird die Entbindung von CO_2 , das in der Flüssigkeit gelöst war, begünstigt. Diese CO_2 -Gasbläschen treffen auf oberflächenaktive Substanzen (Tenside) wie Eiweißabbauprodukte und Hopfenbitterstoffe, die eine geringere Oberflächenspannung aufweisen und um das CO_2 eine elastische Hülle bilden. Die Schaumbildung hängt unter anderem von der Temperatur des Bieres, der Temperatur des Gefäßes, dem Alter des Bieres, der Wartezeit nach dem Öffnen der Flasche, dem Luftdruck und vor allem von der Art der Schaumerzeugung ab. Beim Einschenken des Bieres entsteht sofort Schaum, der bereits einige Sekunden nach dem Einschenken sein Maximum erreicht. Für den Zerfall spielen außerdem die Form des Gefäßes und Verunreinigungen an der Glaswand eine Rolle. Der Zerfall von Bierschaum geht zum einen auf das aufgrund der Schwerkraft nach unten Fließen der Flüssigkeit, die die CO_2 -Bläschen umgibt, zurück, sodass die Wände der Bläschen immer dünner werden, bis sie zerplatzen (Entwässerung des Schaums) [8]. Dieser als Drainage bezeichnete Effekt läuft relativ schnell ab. Zum anderen gibt es eine Zunahme der mittleren Blasengröße, auch Ostwald'sche Blasenreifung [8] oder Vergrößerung [11] genannt. Hierbei diffundiert Kohlendioxid von kleineren in größere Drücke herrschen, wodurch sich die kleinen Blasen verkleinern, bis sie kein CO_2

mehr enthalten und verschwinden. Die entstehenden großen Blasen können aufgrund eines zu großen Gasvolumens platzen und verschwinden dadurch ebenso. Dieser zweite Zerfallsmechanismus läuft deutlich langsamer als die zuerst genannte Entwässerung ab. Als drittes spielt am oberen Ende des Schaums auch Verdunstung eine Rolle. Dieser Effekt ist aber im Gegensatz zu den anderen beiden vernachlässigbar bzw. durch Abdecken des Gefäßes minimierbar. Alle drei Effekte finden gleichzeitig statt. Es stellt sich deshalb die Frage, welche Zerfallsgleichung den Bierschaumzerfall insgesamt am besten beschreibt.

2.2 Monoexponentielle Ergebnisse?

Viele didaktische Beiträge gehen davon aus, dass die Abnahme des Bierschaumvolumens durch das Modell eines exponentiellen Zerfalls gut beschrieben werden kann. Dabei wird stets die Schaumhöhe bzw. das Schaumvolumen betrachtet, nicht die Schaummasse. Göbel und Haubold [1] verwenden dazu einen nicht zu engen Messzylinder, in den sie das Bier langsam einfüllen, so dass die Schaumbildung nicht zu stark ist, was einen exponentiellen Abfall ergeben soll. Bei Hilscher [2] wird dagegen ein hohes Trinkglas mit großem Durchmesser verwendet und das Bier aus etwa einem halben Meter ins Glas fallen gelassen. Entgegen den gemachten Behauptungen weicht die angegebene Messkurve deutlich von einer Exponentialfunktion ab (Messzeit 300 s): Sie zeigt in etwa für $t < 1$ min einen schnellen exponentiellen Abfall (Halbwertszeit $T = 50$ s) und einen langsameren exponentiellen Abfall mit größerer Halbwertszeit für $t > 1$ min ($T = 99$ s). Sennekamp [3] nimmt ein handelsübliches Bierglas, das mit Bier aus geringen Höhen gefüllt wird. Um nicht Ober- und Unterkante des Schaums messen zu müssen, wurde das Glas so präpariert, dass die sich absetzende Flüssigkeit durch kleine Bodenlöcher abfließt und die Schaumhöhe wurde über eine Widerstandsmessung bestimmt (Messzeit 540 s). Dass das Ergebnis vom erwarteten exponentiellen Zerfall abweicht, wird zumindest erwähnt. Das logarithmische

Diagramm zeigt jedoch einen starken exponentiellen Abfall für $t < 4$ min (Halbwertszeit $T = 66$ s) und einen anderen exponentiellen Abfall mit größerer Halbwertszeit für $t > 4$ min ($T = 97$ s).

Seiler [4] verwendet einen Messzylinder mit einem Fassungsvermögen von 100 ml, in den durch leichtes Kippen des Zylinders langsam eingeschenkt wird und jede Minute gemessen wird (Messzeit 300 s). Seiler weist darauf hin, dass der Zerfall am Anfang (erste Minute) nicht exponentiell ist, während sich danach eine Exponentialfunktion ergibt. Da nur bis zur doppelten Halbwertszeit gemessen wurde, kann eine Abweichung vom exponentiellen Zerfall so kaum nachgewiesen werden.

Genauere Untersuchungen liefert Leike [12]. Er füllte Messzylinder mit einem Durchmesser von 7,2 cm so, dass eine Schaumhöhe von bis zu 17 cm entstand. Die Messung wiederholte er mehrfach, wobei er die verschiedenen entstandenen Schaumhöhen auf die jeweils gleiche Anfangshöhe von 17 cm normierte, was bedenklich ist. Er gab für jeden Zeitpunkt Mittelwert und Fehler an, wobei nicht klar wird, ob auch die Fehler mitnormiert wurden. Mithilfe eines χ^2 -Tests wurde der Faktor τ in

$$h = h_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

ermittelt, der die passendste e-Funktion ergibt, und es wurde gezeigt, dass eine lineare Zerfallskurve den Messwerten weniger entspricht. Wie bei allen anderen Autoren sieht man jedoch im Diagramm, dass die Messwerte am Anfang stärker als die angepasste e-Funktion fallen und später langsamer.

Schaut man sich die Diagramme der erwähnten Autoren an, stellt man fest, dass der Bierschaum am Anfang schneller (mit einer kleineren Halbwertszeit) und nach längerer Messzeit langsamer (mit einer größeren Halbwertszeit) zerfällt, als es das Modell des monoexponentiellen Zerfalls erwarten lässt.

Der Ingenieur Potreck hat in seiner Dissertation [8] ein System entwickelt, das die Schaumhaltbarkeit weitgehend automatisiert und mit guter Reproduzierbarkeit bestimmt. Damit wurde der Einfluss vieler Parameter auf den Bierschaumzerfall bestimmt. Überraschenderweise geht auch er von einem monoexponentiellen Zerfall der Anzahl der Schaumblasen aus [8, S. 117]. Er misst allerdings nur das zurückgebildete Flüssigkeitsvolumen und beginnt seine

Messungen der Zerfallskurven stets erst, wenn sich von den aufgeschäumten 164 ml Bier schon 50 ml Bier aus dem Schaum zurückgebildet haben (> 100 s), so dass diese Untersuchungen für unsere Fragestellung wenig hilfreich ist.

2.3 Mehrphasige Ergebnisse

Dale et al. haben Bier künstlich mit Kohlendioxid aufgeschäumt (100 ml Schaum) und die Leitfähigkeit und die Masse des Schaums gemessen [9, S. 84]. Sie fanden drei unterschiedliche Zerfallsphasen [9, S. 85]. Die initiale Phase, die sie als exponentiellen Abfall der Schaummasse beschreiben, führen sie auf die Drainage des Bieres aus dem Schaum zurück ($t < 360$ s). Die Konsolidierungsphase, für die sie ebenfalls eine einfach exponentielle Abnahme der Schaummasse annehmen, sei durch eine Anreicherung des Peptidmaterials in den verbleibenden Flüssigkeitslamellen charakterisiert ($360 < t < 1000$ s). Die dritte nicht-exponentielle Schlussphase sei durch den Zusammenbruch des kleinen Schaumrestes gegeben ($1000 < t < 2000$ s) und befindet sich jenseits der üblichen Messzeit. Während in der ersten Phase ein sehr schneller Abfall der Schaummassenkurve zu sehen ist, nimmt sie in der zweiten Phase mit einer größeren Halbwertszeit ab.

Plath und Sauerbrei [10] weisen darauf hin, dass das Einschenken des Bieres sehr kritisch ist und beim mechanischen Einschenken keine Reproduzierbarkeit gegeben ist. Selbst bekannte Aufschäumverfahren hielten sie nicht für zuverlässig und entwickelten ein Ultraschallaufschäumverfahren (aus 20 ml ungeschäumtem Bier wurden 40 ml Schaum und 4 ml Bier, gemessen wurde im 100 ml Messzylinder). Unter diesen Bedingungen konnten Plath und Sauerbrei eine Zerfallsgleichung

$$V = V_0 e^{-bt - ct^{2.5}}$$

für das Schaumvolumen ermitteln, was sie wie folgt erklären. In der ersten Phase dominiert das nach unten Fließen der Flüssigkeit, die sich zwischen den Blasen befindet. Dies lässt sich durch einen Exponentialansatz vollständig beschreiben (bei „Beck's Pils“: $t < 160$ s). In einer zweiten Phase findet ein anderer Prozess statt, der für $t > 200$ s gut durch

$$V = V_0 e^{-kt^{2.5}}$$

beschrieben wird, während es dazwischen zu einer Überlagerung kommt. In dieser

zweiten Phase findet die Ostwald'sche Blasenreifung statt, in der kleine Blasen schrumpfen und große platzen. Plath und Sauerbrei [10] sprechen hier von einer Apollonischen Umordnung. Apollonische Kreise erhält man, wenn man in einen Kreis zwei oder drei sich berührende Kreise zeichnet und in den verbleibenden Flächen immer wieder größtmögliche Kreise zeichnet, was zu einer fraktalen Figur führt. Entsprechend muss man sich den Schaum als fraktales Blasengebilde Apollonischer Kugelpackungen vorstellen, die sich ständig verändert. Bei Plath und Sauerbrei zerfällt der Schaum in der zweiten Phase allerdings seltsamerweise und im Gegensatz zu anderen Arbeiten schneller als es eine exponentielle Extrapolation der ersten Phase erwarten ließe. Der Lebensmitteltechnologe Anaya hat die Bierschaumhöhe mit einer Videoanalyse-Software bestimmt [13]. Auch er stellt fest, dass die gemessenen Kurven systematisch teilweise über und teilweise unter der angepassten Exponentialkurve liegen, was er als „Stufentheorie“ bezeichnet. Seine Messkurven zeigen auch zwei Phasen, d. h. einen Knick in der Zerfallskurve. Mit seinen mathematischen Verfahren konnte er aber dieses Modell nicht bestätigen.

2.4 Die Zerfallsphasen

Nach dem Einschenken gibt es eine kurze Phase, bei der die obere Schaumgrenze noch wächst, sodass diese Phase üblicherweise nicht beim Bierschaumzerfall betrachtet wird. Allerdings steigt während dieser Zeit die untere Bierschaumgrenze bereits stark an, so dass die effektive Schaumhöhe abnimmt. Dennoch beginnen die meisten Messungen frühestens ab dem Zeitpunkt der höchsten oberen Schaumgrenze.

Überblickt man alle Untersuchungen, kann man als Gemeinsamkeit feststellen, dass der Bierschaum in der üblicherweise betrachteten Zeitspanne in zwei Phasen zerfällt, wobei die erste näherungsweise exponentiell ist. Für die zweite Phase gibt es unterschiedliche Forschungsergebnisse und sie grenzt sich unterschiedlich gut von der ersten Phase ab.

In der ersten Phase überwiegt das nach unten Fließen der Flüssigkeit aufgrund der Schwerkraft [9, 10]. Wir nennen diese Phase die „Bierrückholungsphase“. In der zweiten Phase überwiegen die Blasenvergrößerung [9, 10] und das Platzen der Blasen. Wie gut man die beiden Phasen unterscheiden kann, hängt eindeutig von den ge-

wählten Randbedingungen ab. So zeigten z. B. bei *Plath* und *Sauerbrei* [10] Versuche mit unterschiedlichen Mengen und unterschiedlich weiten Messzylindern, dass auch die Gestalt des Messzylinders einen Einfluss auf den Zerfall hat.

3 | Modellbildung: Welche Gleichung passt am besten?

● *Theyßen* zeigt, dass für die Drainage bei trockenen Schäumen mit etlichen Vereinfachungen gezeigt werden kann, dass es sich in sehr grober Näherung um einen hyperbolischen Zerfall des Schaumvolumens handelt, was für den nassen Bierschaum nicht relevant ist [11]. Sie betont weiterhin, dass man für den gesamten Ablauf weder die Exponentialfunktion noch eine andere Funktion theoretisch begründen kann, da die Differentialgleichungen einschließlich der Blasenvergrößerung durch Diffusion nicht mehr analytisch lösbar sind. So stellt sich die Frage, wie wir aus experimenteller Sicht die Messwerte am besten mathematisch beschreiben, nachdem es kein theoretisches Modell gibt.

Da wir an die sichtbare Schaummenge denken, betrachten wir nicht die Schaummasse (wie *Dale et al.*), sondern das Schaumvolumen, wozu man wie *Leike* die untere und obere Schaumgrenze messen muss. Uns interessieren auch keine wissenschaftlichen Aufschäumverfahren, sondern das nicht-reproduzierbare normale Einschenken (ein einfaches reproduzierbares Einschenkenverfahren findet sich bei [14]).

Leike [12] zeigt mit Hilfe des χ^2 -Tests, dass hierfür die Exponentialfunktion besser als lineare Funktionen passt, ohne andere Funktionen zu berücksichtigen. Für diese Arbeit bekam er den Ig-Nobelpreis, eine satirische Auszeichnung, die von der Harvard-Universität für unnütze, unwichtige oder skurrile wissenschaftliche Arbeiten verliehen wird. *Theyßen* [11] zeigt nur, dass Exponentialfunktion und eine hyperbolische Funktion in einer graphischen Darstellung ähnlich gut zu den Messwerten von *Leike* passen. *Plath* und *Sauerbrei* [10] haben von einer Software 2500 Funktionsansätze untersuchen lassen und kamen so auf die komplizierte Gleichung, die im Exponenten der e-Funktion $t^{2,5}$ hat, was auch nicht wissenschaftlich erscheint und nicht interpretiert werden kann.

Wir wollen nun an dem Messbeispiel von *Leike* [12] zeigen, wie man ein mathematisches Modell für einen speziellen Bier-

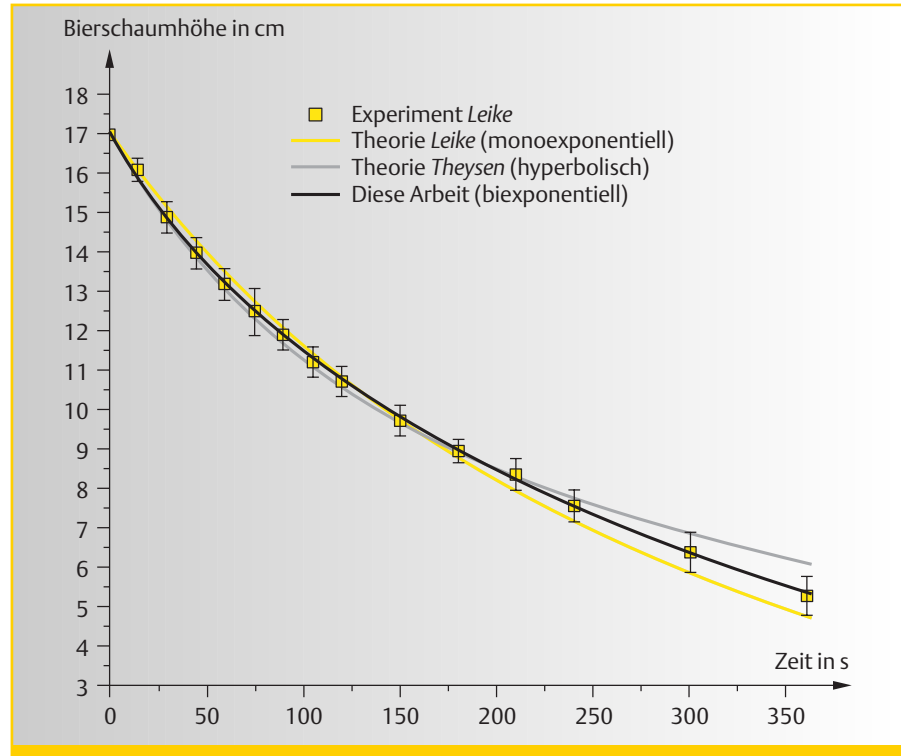


Abb. 1: Messwerte von *Leike* [12] mit Fehler und mit drei Anpassungen: monoexponentiell, hyperbolisch und biexponentiell

schaumzerfall unter bestimmten Bedingungen in der Form einer expliziten Gleichung für die Abhängigkeit der Bierschaumhöhe von der Zeit finden kann. Dabei geht es nicht darum, die Kurve zu beschreiben, sondern darum, eine Kurve zu finden, die möglichst einfach ist und die man auch interpretieren kann. Wir nehmen dazu zunächst die aus neun Messungen gemittelten Messdaten von *Leike* für Erdinger Weißbier mit 15 Messpunkten (siehe Abb. 1) und wenden das an, was man im ersten Semester in einer Vorlesung „Auswertung von Messungen und Fehlerrechnung“ lernen kann.

Bei der Methode der kleinsten Quadrate wird bei Kurvenanpassungen aus den Messwerten h_i , den theoretischen Werten aus der Modellanpassung h_t und den jeweiligen Unsicherheiten der Messungen Δh_i ein Wert berechnet:

$$\chi^2 = \sum \frac{(h_i - h_t)^2}{(\Delta h_i)^2}.$$

Dieser wird durch Anpassung der Modellparameter minimiert und so die bestmögliche Beschreibung des experimentellen Verlaufs ermittelt. Bei Anwendung eines linearen Modells gelingt dies nicht (siehe Tab. 1). Der χ^2 -Wert eines guten Fits sollte etwa in der Größe von $D_{OF} \pm \sqrt{D_{OF}}$ liegen, wobei sich die Anzahl der Freiheitsgrade D_{OF}

berechnet aus der Anzahl der Messungen N (15) minus der Anzahl der Zwangsbedingungen P (2 bei einem linearen Modell). *Leike* hat, aufgrund des Versagens eines linearen Modells, einen exponentiellen Zerfall angenommen und die Halbwertszeit τ nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt und ein χ^2 erhalten, das wesentlich kleiner wird als für ein lineares Modell (siehe Tab. 1). Bei der explorativen Datenanalyse ist es jedoch nicht nur wesentlich, ein möglichst kleines χ^2 zu erhalten. Ferner sollten die ermittelten Residuen

$$h_{\text{Experiment}} - h_{\text{Theorie}}$$

gleichmäßig um die Nulllinie streuen. Bestimmt man nun aber die Residuen, d. h. die Abweichungen der Messwerte von den berechneten Werten, dann sieht man eine systematische, nicht zufällige Abweichungen (siehe Abb. 2). Die Messwerte sind in der ersten Hälfte der Messzeit systematisch kleiner und in der zweiten Hälfte systematisch größer als die Modellrechnung.

Ähnlich verhält es sich mit der von *Theyßen* [11] vorgeschlagenen hyperbolischen Funktion

$$h(t) = \frac{h_0}{t - t_0} \text{ mit } t_0 < 0.$$

Sie ergibt ein besseres χ^2 , also eine bessere Anpassung im Messbereich. Vor dem Messbereich, also bei negativen Zeiten, hat die

	Freiheitsgrade	χ^2	χ^2_{reduced}	Bemerkung
Linear	13	110,11	8,47	eine extrem schlechte Näherung
exponentiell; τ bestimmt, h_0 fest	13	10,29	0,791	die Anpassung von <i>Leike</i>
hyperbolische Funktion; h_0, t_0 bestimmt	13	5,47	0,421	die Anpassung von <i>Theyßen</i> : besser als <i>Leike</i> , aber unphysikalisch, da eine Singularität im Verlauf
exponentiell mit Resthöhe h_∞ ; τ, h_0, h_∞ bestimmt	12	2,10	0,175	eine noch bessere Anpassung, aber unphysikalisch, da eine Resthöhe nicht beobachtet wird
biexponentiell; τ_1, h_1, τ_2, h_2 bestimmt	11	4,707	0,43	die beste Anpassung mit Exponentialfunktionen und physikalisch sinnvoll
Polynom 2. Grades	12	7,94	0,662	Die Anpassung wird zunehmend besser. Es ergeben sich hier aber sinnlose Verläufe außerhalb der Messpunkte. Darüber hinaus haben die Koeffizienten keine physikalische Bedeutung.
Polynom 3. Grades	11	0,613	0,0558	
Polynom 4. Grades	10	0,570	0,0518	
Polynom 5. Grades	9	0,446	0,0496	
Polynom 6. Grades	8	0,412	0,0515	
Polynom 7. Grades	7	0,356	0,0508	
Polynom 8. Grades	6	0,0908	0,0151	
Polynom 9. Grades	5	0,0795	0,0159	

Tab. 1: Qualität verschiedener Anpassungen an die Messwerte von *Leike*

Funktion aber eine physikalisch nicht interpretierbare Polstelle. Der Bierschaum hat also vor dem willkürlich festsetzbaren Start der Messung ($t = 0$) eine unendliche Höhe. Im Messbereich großer Zeiten geht die theoretische Kurve zwar wie verlangt asymptotisch gegen Null, scheint aber im Vergleich zu den Messdaten zu hoch zu laufen. Die Residuen haben auch hier systematische Abweichungen (siehe Abb. 2).

Eine weitere einfache Annahme für den Bierschaumzerfall wäre ein exponentieller Zerfall mit einer Resthöhe h_∞ . Um aufgrund der unterschiedlichen Zwangsbedingungen der verschiedenen Anpassungen die Qualität des Kurvenfits zu vergleichen, berechnet man χ^2 pro Freiheitsgrad D_{OF} (χ^2_{reduced} , siehe Tab. 1). Betrachtet man diesen mittels Anpassung gefundenen Wert, ergibt sich eine noch bessere Anpassung. Ferner streuen die Residuen nicht mehr systematisch um die Nulllage. Der exponentielle Bierschaumzerfall mit einer Restbierschaumhöhe ist somit sowohl vom Kriterium eines kleinen χ^2 -Wertes her als auch aufgrund der Residuenanalyse das bislang zu favorisierende Modell. Allerdings ist eine nach sehr langer Messzeit verbleibende Restbierschaumhöhe nicht plausibel zu machen. Sowohl die hyperbolische Modellvorstellungen als auch der exponentielle Zerfall mit einer Resthöhe h_∞ sind somit physikalisch nicht belastbar.

Man könnte, um unphysikalische Modellvorstellungen auf die Spitze zu treiben, auch auf die Idee kommen, einen Polynomfit zu machen und erhält im Bereich der Messdaten eine sehr gute Anpassung. Für ein Polynom vierter Ordnung ergibt sich eine geradezu perfekte Anpassung an die Messwerte, die wesentlich besser als alle bisherigen Vorschläge ist. Betrachtet man aber den Verlauf dieses Polynoms außerhalb des Messbereichs ($t < 0$ bzw. $t > 400$ s), stellt man einen völlig sinnlosen Verlauf fest, so dass man diese Funktion nicht wählen darf (siehe Abb. 3). Außerdem sind noch stärker als in den beiden Beispielen vorher die Koeffizienten nicht physikalisch interpretierbar.

Die Zerfallskurven von Bierschaum weisen meist zwei Abschnitte auf, und die logarithmische Auftragung der Messwerte der Messung aus Abschnitt 4.3 ergibt für beide einen linearen Verlauf (siehe Abb. 7). Wir modellieren daher den Bierschaumzerfall mittels eines biexponentiellen Zerfalls

$$h(t) = h_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} + h_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}}$$

und erhalten eine fast perfekte Anpassung an die Messwerte von *Leike* (siehe Abb. 1). Bestimmen wir auch hier die Residuen, dann sieht man zufällige, nicht systematische Abweichungen von der Nulllage (siehe Abb. 2). Diese zwei Teile der Gleichung

kann man nun auch mit den zwei entscheidenden Vorgängen beim Bierschaumzerfall, der Drainage (Entwässerung) und dem Platzen der Blasen aufgrund der Blasenvergrößerung, in Verbindung bringen. Der biexponentielle Verlauf passt also am besten zu den Messwerten von *Leike*. Der Summand mit der kurzen Zerfallszeit beschreibt die Abnahme der Bierschaumhöhe aufgrund der Drainage, während der Summand mit der längeren Zerfallszeit die Abnahme der Schaumhöhe durch das Platzen der Blasen interpretiert. Wir haben ein physikalisch sinnvolles Modell gefunden, das die Messwerte von *Leike* sowohl hinsichtlich eines kleinen χ^2 -Wertes als auch der Residuen hervorragend beschreibt, allerdings bleibt die Frage, ob dieses Modell auf alle Messungen von Bierschaumzerfällen anwendbar ist und wie gut die Messwerte von *Leike* tatsächlich sind.

4 | Messung mit der Videoanalyse

● Da man bei der Radioaktivität nichts sehen kann und außer dem Knacken eines Zählers nur Messwerte hat, sind Analogexperimente im Unterricht sinnvoll. So kann man in eine Schachtel viele Spielwürfel geben und diese schütteln. Beim Öffnen werden alle Würfel entfernt, die bestimmte Zahlen anzeigen (z. B. eine Sechs, eine Eins oder Zwei, eine gerade Zahl). Nun hat

man einen statistischen Prozess, bei dem die Änderung der Würfelanzahl in der Schachtel im Mittel von der Anzahl N der Würfel abhängt:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N.$$

So ergibt sich im Mittel eine exponentielle Abnahme. Auch wenn dies beim Bierschaumzerfall nicht gilt, ist er eine motivierende Ergänzung, die den Zerfall visuell deutlich macht.

Theyßen ist der Meinung, dass das Thema „Schäume“ für den Unterricht ein bereicherndes Thema ist und die grundlegenden drei Zerfallsmechanismen im Schulunterricht behandelbar sind [11, S. 57]. Darüber hinaus kann der Bierschaumzerfall im Grundstudium genutzt werden, um Kenntnisse zur Fehleranalyse und zum Kurvenfit zu vermitteln. In allen Fällen eignet sich die Videoanalyse als Messverfahren.

4.1 Vorteile der Videoanalyse

Eine Messwerterfassung mit einem Videoanalyseprogramm ist eine berührungslose und störungsfreie Messung der Schaumhöhe, die wesentlich genauer ist als eine Messung mit dem Lineal. Außerdem erhält man viel mehr Messpunkte als das mit dem Lineal möglich wäre. Für die Skalierung gibt man für eine Höhe im Video an, welchem Schaumvolumen in ml es entspricht. So wird die Schaummenge vom Videoanalyseprogramm stets in ml angegeben und ein Umrechnen einer Länge in ein Volumen entfällt.

Benutzt man die Videoanalysesoftware *measure Dynamics* [15] ergeben sich noch weitere Vorteile. Man kann für das Abspielen des Videos eine Schrittweite einstellen, was bedeutet, dass beim Abspielen nur jedes x -te Bild des Videos gezeigt wird. Dadurch erhält man einen Zeitraffereffekt und kann sich den Bierschaumzerfall im schnellen Ablauf anschauen, um so einen qualitativen Eindruck des Zerfalls zu bekommen. Die Ablaufgeschwindigkeit ist dabei über die Schrittweite wählbar. Da man das Video auch mit dieser Schrittweite exportieren kann, kann man so Zeitraffervideos erstellen.

Ein Video eines Bierschaumzerfalls ist je nach Gefäß zwischen drei und fünfzehn Minuten lang. Die Messung aus Abbildung 6 war 560 s, gut neun Minuten. Mit 25 Frames (=Bilder) pro Sekunde ergeben sich 14000 Frames. Wenn man in jedem Bild die

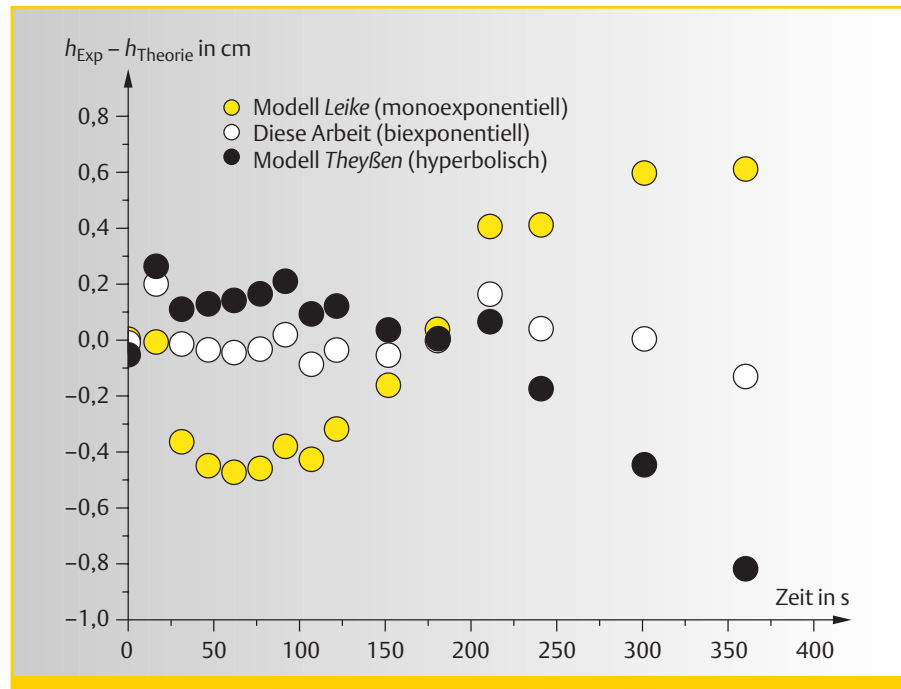


Abb. 2: Residuen bei den Messwerten von *Leike* [12] bei drei Anpassungen: monoexponentiell, hyperbolisch und biexponentiell

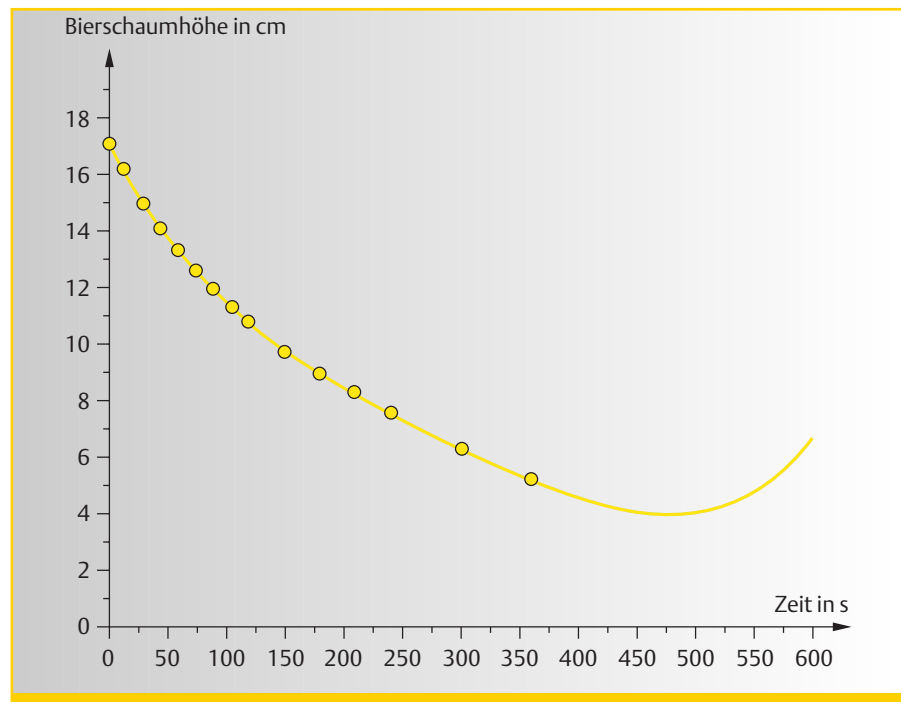


Abb. 3: Eine sehr gute, aber sinnlose Anpassung mit einem Polynom vierter Ordnung

Ober- und Unterkante des Schaums per Hand mit der Maus markieren will, bedeutet dies, dass 28000 Mausklicks nötig sind. Wir haben beim Bearbeiten des Videos in einem Videobearbeitungsprogramm jeden zweiten Frame gelöscht und in *measure Dynamics* eine Schrittweite von 50 eingestellt, so dass sich eine akzeptable Anzahl von 280 notwendigen Mausklicks ergibt. Das bedeutet, es wird nur alle vier Sekunden ein Frame ausgewertet. So ist die Einstellung der Schrittweite eine erhebliche Arbeitser-

leichterung. Dennoch erhält man deutlich mehr und verlässlichere Daten als in vielen der zitierten Arbeiten.

Eine weitere Möglichkeit für eine qualitative Betrachtung ist die Erstellung eines Serienbildes aus dünnen Streifen [16, 17]. Dazu wählt man im Video einen sehr schmalen Streifen aus, der die ganze Glas-höhe umfasst. Bei den obigen 7000 Frames ergeben sich bei einer Schrittweite von 100 genau 70 Streifen, die ohne Abstand nebeneinander gesetzt werden. Somit ergibt



Abb. 4: Streifenbild eines Bierschaumzerfalls (Erdinger Weißbier)

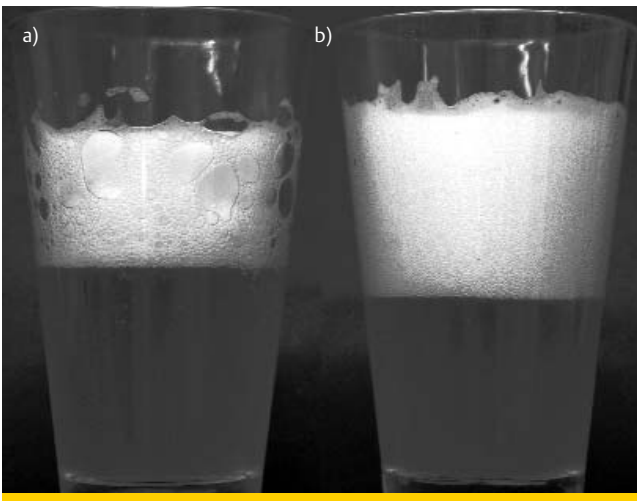
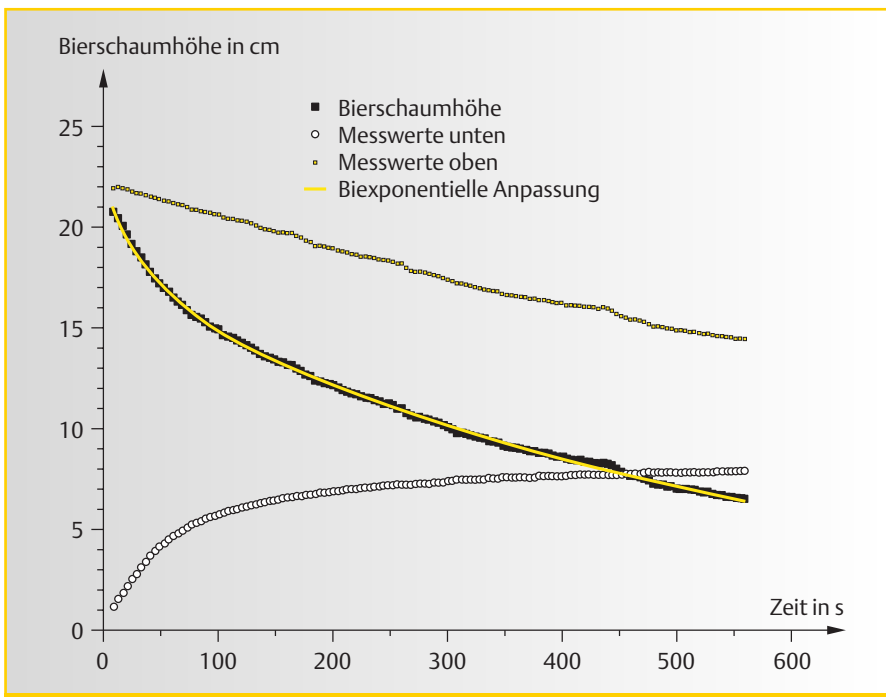


Abb. 5: Zerfall in zwei Gläsern: mit leicht fetten Fingern berührt (a) und im sauberen Glas (b)

Abb. 6: Messkurve einer Videoanalyse: Zerfall von Erdinger Weißbier im engen Glas mit biexponentieller Näherung



sich ein Streifenbild wie in Abb. 4. Dies ist als t - h -Diagramm lesbar und zeigt eindrucksvoll, wie sich die untere und die obere Schaumgrenze mit der Zeit verschieben. In *measure Dynamics* würde man mit einer sinnvoll gewählten Schrittweite einmal eine manuelle Analyse der oberen Schaumgrenze und einmal eine Analyse der unteren Schaumgrenze durchführen. Die Daten werden dann in zwei getrennten Tabellenblättern abgelegt. Diese können nach *Excel* exportiert werden und dort weiterverarbeitet werden. Dort wird die Differenz gebildet, diese graphisch dargestellt und verschiedene Kurvenanpassungen durchgeführt. In der Videoanalysesoftware *Coach 6* gibt es dagegen die Möglichkeit, gleich in jedem Frame zwei Punkte anzuklicken und die Software bildet sofort die Differenz. Diese Option ist eigentlich für die Situation gedacht, dass die Videokamera beim Filmen eines bewegten Objektes mitbewegt wurde. Indem man jeweils einen Punkt des Hintergrunds und das bewegte Objekt anklickt, ergibt die Differenz den Ort im Bezug zum Hintergrund.

4.2 Rahmenbedingungen

Für die Videoaufnahme sollte ein schwarzer, matter Hintergrund gewählt und der Versuch indirekt beleuchtet werden. Ungünstig sind helle Fenster, deren Licht sich im Glas spiegeln kann. Das verwendete Glasgefäß sollte ganz glatt, aber kein Bierkrug sein, um optische Verzerrungen durch Linseneffekte verschiedener Glasstärken (Muster im Glas) zu vermeiden. Um Verzerrungen zu minimieren, wird die Videokamera in die Höhe der Mitte des Schaums gestellt und ein größerer Abstand mit Teleobjektiv so gewählt, dass das Bild weitgehend ausgefüllt ist.

Da die Hypothese bekannt ist, dass die Art der Glassäuberung bzw. zurückbleibende Verunreinigungen einen Einfluss haben, wurden Parallelversuche mit unterschiedlich sauberen Gläsern durchgeführt, wobei immer zwei Gläser gleichzeitig eingeschenkt und beobachtet wurden. Ein innen mit leicht fettigen Fingern ausgewischtes Glas (in Abb. 5a) wurde mit einem nicht berührten verglichen (in Abb. 5b). Im leicht fettigen Glas entstanden am Rand sehr große Schaumblasen, während im sauberen Glas die Schaumblasen kleiner und homogener blieben. Für die Videoanalyse von Vorteil ist, dass im fettigen Glas praktisch kein Schaum am Glas hängen blieb, während im sauberen etwas am Glas hängen

blieb. Allerdings zerfiel der Schaum im fettigen Glas viel schneller als im sauberen Glas, so dass man einen Zerfall mit einer anderen Zeitkonstante misst. Ein Videovergleich mit einem extrem eingefetteten Glas findet man unter [18].

Fettrückstände sowie gewöhnliche Spülmittel, die fettthaltig sind, beeinträchtigen also die Schaumbildung und -erhaltung, da diese Substanzen mit der Gasbläschenhülle reagieren und deren Oberflächenspannung verringern, so dass die Gasblasen platzen. Wir haben uns für die Spülmaschine und anschließendes Ausspülen mit klarem Wasser und Lufttrocknen entschieden.

4.3 Messergebnisse

Es kann hier nicht darum gehen aufzuzeigen, unter welchen reproduzierbaren Bedingungen man welchen Zerfall bekommt, sondern es können nur ein paar Messbeispiele diskutiert werden. Es wurden mehrere Messungen mit verschiedenen hohen und verschiedenen breiten Messgefäßen durchgeführt. Das bedeutet insbesondere, dass das Bier auch aus verschiedenen Höhen in das Gefäß fallen gelassen wurde, so dass es zu unterschiedlich intensiver Schaumbildung kam und sich das Volumenverhältnis Schaum/Flüssigkeit am Anfang deutlich unterschied. Bei den Videoanalysen mit verschiedenem Bier und verschiedenen Bedingungen ergaben sich fast immer Zerfallskurven mit zwei deutlichen Phasen, die mit einer biexponentiellen Gleichung gut angefitet werden konnten.

Um die Werte mit denen von *Leike* vergleichen zu können, haben wir auch Erdinger Weißbier (8°C) und ein Gefäß mit 7,2 cm Durchmesser verwendet (Innenhöhe 28 cm), obwohl bei engen Gläsern die Adhäsion am Glas eine Rolle spielt, die den Zerfall verlangsamt, weshalb Weißbiergläser auch so eng sind. Bei dem dargestellten Experiment wurde das Bier aus ca. 30 cm in das Glas fallen gelassen. Im Gegensatz zu *Leike* haben wir wie in Abschnitt 4.1 beschrieben durch die Videoanalyse mehr Messwerte (140 statt 15) und eine längere Messzeit (560 s statt 360 s) ¹.

Abb. 6 zeigt ein Messergebnis, das deutlich zwei Phasen aufweist. Für $t < 55$ s und für $t > 120$ s ergeben sich Zerfallskurven, die sich sehr gut monoexponentiell anpassen lassen (Halbwertszeiten $T_1 = 146$ s, $T_2 = 388$ s), was eine logarithmische Auftragung der Messda-

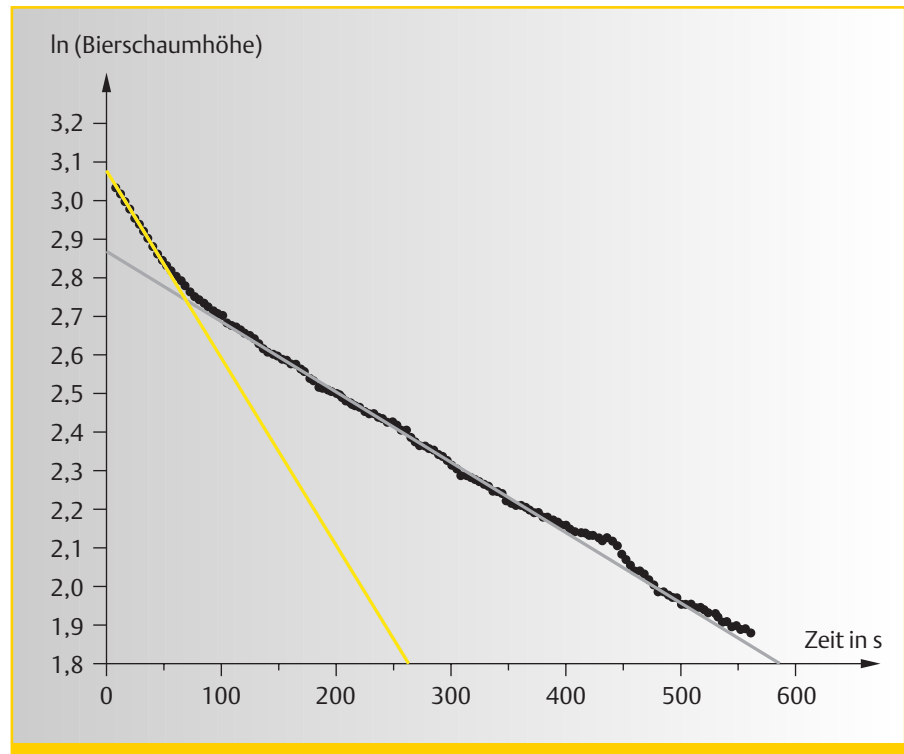


Abb. 7: Logarithmische Auftragung der Messwerte aus Abb. 6

ten deutlich zeigt (siehe Abb. 7). Der gesamte Verlauf lässt sich sehr gut durch eine biexponentielle Kurve anpassen (siehe Abb. 6):

$$h(t) = h_1 e^{-\ln 2 \frac{t}{T_1}} + h_2 e^{-\ln 2 \frac{t}{T_2}}$$

($h_1 = 4,9$ cm, $T_1 = 29$ s, $h_2 = 17,1$ cm, $T_2 = 399$ s). Bei $t = 440$ s zeigen sich einige Ausreißer, da hier Schaum am Glasrand hängen blieb. Günstig war bei dieser Messung, dass an der Vorderseite sonst kaum Schaumreste am Glas hängen geblieben sind, die bei der Videoanalyse ein Problem wären.

4.4 Kritischer Rückblick

Die Bierschaumentstehung und der Bierschaumzerfall hängen von vielen Variablen ab, die man in der Schule nur schwer kontrollieren kann, sodass man das Experiment nur unzureichend reproduzierbar durchführen kann. Das macht es schwer, allgemeine Aussagen über den Bierschaum zu machen.

Deshalb betrachteten wir eine Messung unter speziellen Bedingungen. Die Ergebnisse der Videoanalyse vermitteln den Eindruck, als gäbe es nur einen kleinen Messfehler. Bei der Analyse fällt aber manchmal auf, dass der Bierschaum am Rand unterschiedlich hoch steht und man eine subjektive Mittelung durchführt. Auch beim Messen mit dem Lineal führt der Experimentator eine subjektive Mittelung durch, die den Messwerten eine kleinere als tatsächlich vorhandene Un-

sicherheit zuweist. Der Schaum am Rand kann einige Zentimeter höher als im Inneren sein (siehe Abb. 8). Manchmal zerfällt der Schaum aber auch so inhomogen, dass sich die Schaumhöhe gegen Ende der Messung selbst im Inneren des Glases um mehrere Zentimeter unterscheidet. Eine Messung in einem sehr sauberen, weiten, eckigen Gefäß mit quadratischem Querschnitt (Breite innen 9,0 cm) ergab (vor allem nach 5 Minu-

Abb. 8: Was ist die Bierschaumobergrenze?



¹ Die Videodatei wird unter www.aulis.de → Zeitschriften → Praxis der Naturwissenschaften Physik in der Schule → 8/58 als Online-Ergänzung angeboten.

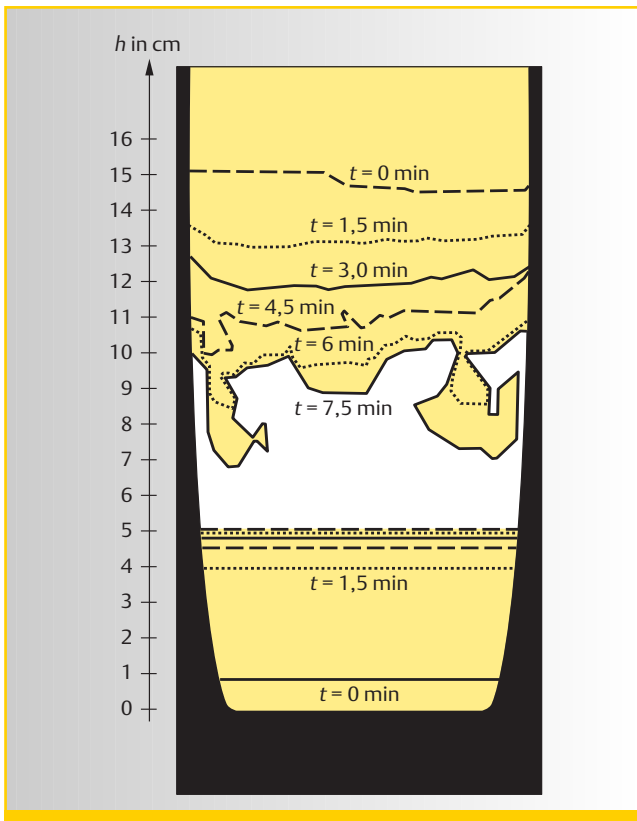


Abb. 9: Bierschaumgrenzen bei einem sehr ungleichmäßigem Zerfall

ten Messzeit) eine besonders unebene obere Schaumgrenze. Selbst wenn man von Randeffekten absah, war die obere Schaumgrenze im Inneren des Glases ein Gebirge. In der Videoanalysesoftware *measure Dynamics* kann man Bilder des Videos in bestimmten zeitlichen Abständen als Bilderreihe exportieren lassen. Für Abb. 9 wurden die Bilder alle 1,5 Minuten genommen und die Schaumgrenzen im Graphikprogramm nachgezeichnet. Hier ist deutlich die inhomogene Schaumhöhe bei langen Messzeiten zu erkennen.

Die Tatsache, dass große Messunsicherheiten bei langen Messzeiten auftreten, schmälert jedoch nicht die Aussage, dass der Bierschaumzerfall in zwei Phasen auftritt, wobei der erste exponentielle Zerfall bei kurzen Messzeiten zweifelsfrei nachgewiesen werden kann. Dennoch bedeutet diese durch die Videoanalyse aufgezeigten Messunsicherheiten, dass eine Modellierung, wie sie in Abschnitt 3 und von anderen Autoren durchgeführt wurde, in vielen Fällen übertrieben ist. Die Schwankungen, die man von Modell zu Modell diskutiert, werden überschätzt, da man bei der Datenaufnahme bereits größere Unsicherheiten in den Messdaten erzielt, als man häufig annimmt. Das Video kann zeigen, dass die Messgenauigkeit zuweilen deutlich schlechter ist, als man glaubt, zum Beispiel beim Ablesen mit einem Lineal zu erzielen.

5 | Fazit

- Wir können theoretisch keine Zerfallsgleichung bestimmen und auch experimentell keine allgemeingültige Gleichung beweisen. Als Lehrer kann man sich auf den Standpunkt stellen, dass die Exponentialfunktion eine didaktisch sinnvolle Elementarisierung des Bierschaumzerfalls ist. Bei den großen Messfehlern ist das auf den ersten Blick einigermaßen passend, insbesondere wenn man mit der Messung verspätet startet oder früh endet, so dass man nur eine Phase misst. Dennoch erhält man bei guter Messung meist Zerfallskurven, die zwei Phasen haben. Der biexponentielle Verlauf wäre hier eine Elementarisierung, die den Messwerten besser entspricht und besser theoretisch mit den zwei Phänomenen Drainage und Blasenvergrößerung begründbar ist.

Der Bierschaumzerfall ist also als Analogon des radioaktiven Zerfalls problematisch. Schüler können aber im Rahmen von Seminararbeiten oder „Jugend forscht“ herausfinden, welches Bier unter welchen Bedingungen wie zerfällt. Dabei sollten nicht nur die Eigenschaften des Bieres, sondern auch die des Gefäßes beachtet werden. Auf jeden Fall eignet sich der Bierschaumzerfall, um in der Sekundarstufe II oder der Universität über Modellierung, Fehleranalyse und Kurvenanpassung zu reden.

Literatur

- [1] R. Göbel, K. Haubold: Freihandexperimente in Klasse 10, in: *Physik in der Schule* 27, Heft 3, 1989, S. 104-105
- [2] H. Hilscher (Koord.): *Physikalische Freihandexperimente*, Band 2, Aulis, Köln, 2004
- [3] B. Sennekamp: Exponentielle Vorgänge: Kaffeefiltern und Bierschaumzerfall als physikalische Schulversuche, *MNU* Heft 1, 1980, S. 31 - 36
- [4] T. Seiler: Bierschaumzerfall im Unterricht, *PdN-Ph* 12 (1979), S. 322-324
- [5] A. Donges: Exponentialfunktion im Physikunterricht – Eine Anmerkung, *MNU* Heft 8, 2006, S. 502 – 503
- [6] S. Timmerberg: Kinetik des Bierschaumzerfalls, Facharbeit, Mariengymnasium Jever, <http://www.hausarbeiten.de/faecher/vorschau/110071.html>, 2006
- [7] W. Drenckhan: Physik für Schaumschläger, *Physik Journal* 8, Heft 7, 2009, S. 29 - 35
- [8] M. Potreck: Optimierte Messung der Bierschaumstabilität in Abhängigkeit von Milieubedingungen und fluidodynamischen Kennwerten, Dissertation, Berlin, <http://opus.kobv.de/tuberlin/volltexte/2004/783/>, 2004
- [9] C. Dale, C. West, J. Eade, M. Rito-Palomares, A. Lyddiatt: Studies on the physical and compositional changes in collapsing beer foam, *Chemical Engineering Journal*, Volume 72, Issue 1, 1999, S. 83 – 89, [10] P. Plath, S. Sauerbrei: Apollonische Umordnung des Schaums – in: *Brauindustrie* 89, Heft 7, 2004, S. 20-23, http://fzarchiv.sachon.de/Fachzeitschriften/Getraenke-Fachzeitschriften/Brauindustrie/2004/07_04/BI_07-04_Apollonische_Umordnung_des_Schaums.pdf
- [11] H. Theyßen: Mythos Bierschaumzerfall. Ein Analogon für den radioaktiven Zerfall? – In: *PhuDid* 8, Band 2, 2009, S. 49 – 57
- [12] A. Leike: Demonstration of the exponential decay law using beer froth, in: *European Journal of Physics* 23, Heft 1, 2002, S. 21-26, <http://www.iop.org/EJ/article/0143-0807/23/1/304/ej2104.pdf>
- [13] D. Anaya: Mathematisch-statistische Modellierung von Schäumen, Diplomarbeit, Fachhochschule Weihenstephan, <http://www.grin.com/e-book/82015/mathematisch-statistische-modellierung-von-schaeuemen>, 2007
- [14] J. J. Hackbarth: Multivariate Analyses of Beer Foam Stand, *Journal of the Institute of Brewing* 112, Nr. 1, 2006, S. 17–24,
- [15] <http://www.phywe.de/framenav.php?nav1=60&nav2=7&csscol=son&ref=nav>
- [16] M. Benz, T. Wilhelm: Digitale Videoanalyse von Bewegungen – Neue Möglichkeiten mit der Software „measure Dynamics“. In: Nordmeier, V.; Oberländer, A.; Grötzebauch, H. (Hrsg.): *Didaktik der Physik – Berlin 2008*, Lehmanns Media – LOB.de, Berlin 2008
- [17] T. Wilhelm: Videoanalyse mit unterschiedlichen Darstellungsformen – in: D. Höttecke (Hrsg.): *Chemie- und Physikdidaktik für die Lehramtsausbildung*, Jahrestagung der GDGP in Schwäbisch Gmünd 2008, Reihe: Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik, Band 29, Lit-Verlag, Münster, 2009
- [18] http://www.uni-regensburg.de/Fakultaeten/nat_Fak_IV/Organische_Chemie/Didaktik/Keusch/D-beer_foam-d.htm

Anschrift der Verfasser

AR Dr. Thomas Wilhelm, Lehrstuhl für Physik und ihre Didaktik, Prof. Dr. Wolfgang Ossau, Lehrstuhl für Experimentelle Physik III, Physikalisches Institut der Universität Würzburg, Am Hubland, 97074 Würzburg, E-Mail: wilhelm@physik.uni-wuerzburg.de, www.physik.uni-wuerzburg.de/~wilhelm E-Mail: ossau@physik.uni-wuerzburg.de