Die folgenden Seiten enthalten das Manuskript, das bei der Zeitschrift eingereicht wurde.

Die Endversion des Zeitschriftenartikels findet man unter:

LÜCK, S.; WILHELM, T.

Modellierung physikalischer Vorgänge am Computer. Modellbildungssysteme als Unterstützung zum Verständnis physikalischer Strukturen

Unterricht Physik 22, Heft 122, 2011, S. 26 - 31

Modellierung physikalischer Vorgänge am Computer

Stephan Lück, Thomas Wilhelm

1. Mathematische Modellbildung

Bei der mathematischen Modellbildung mittels Modellbildungsprogrammen geht es unter anderem darum, dass Schüler selbständig Ideen und Hypothesen über physikalische Zusammenhänge entwickeln. Zunächst wird ein bestimmter Vorgang vom Schüler beobachtet, in Erinnerung gerufen oder im Experiment untersucht. Daran anschließend werden diese Vorgänge mit Hilfe der vorgenommenen Modellierungen gedeutet. Dazu werden Vermutungen über die zur Beschreibung des Vorgangs heranzuziehenden Größen gemacht und Hypothesen aufgestellt, zwischen welchen Größen welche Beziehungen bestehen. So muss sich der Schüler entweder fragen, welche Körper in Wechselwirkung stehen und welche Kräfte auf den betrachteten Körper einwirken oder welche Energieformen eine Rolle spielen und wovon diese abhängen. Entscheidend ist, dass die Schüler von Berechnungen entlastet sind, da das Modell vom Computer berechnet wird. Dieses wird dann von den Schülerinnen und Schülern durch den Vergleich zwischen einerseits erwartetem bzw. gemessenem und anderseits simuliertem Verhalten bewertet oder verändert.

Es geht darum, die physikalische Struktur eines Vorgangs zu betonen. Wichtig sind die Lernprozesse beim Erstellen des Modells, die helfen, eigene Vorstellungen über die Zusammenhänge zu klären. Zusätzlich erhalten die Lernenden beim nächsten Schritt, nämlich der Darstellung des Modellablaufs, ein entscheidendes Feedback: Entspricht das Phänomen bzw. die detaillierte Vorhersage dem Modellablauf? Auftretende Diskrepanzen sind zu klären: Waren die eigenen Vorstellungen richtig, ist die Umsetzung in das Modell stimmig, wo wurden Aspekte wie die Richtungen von Kräften vergessen? Warum erwarte ich trotz eines sinnvollen Modells in einzelnen Details andere Ergebnisse oder andere Graphenverläufe? Gemäß [1] sind die Schüler hier selbst Modellierer und können den Prozess des Modellierens als dynamischen Erkenntnisprozess und als iterativen Prozess erleben.

Im Zusammenhang mit Schwierigkeiten beim Lernen der Mechanik wurde immer wieder die Forderung nach einer Ausrichtung des Unterrichts auf die Alltagserfahrungen erhoben. Häufig glauben Schüler, die physikalischen Erkenntnisse beziehen sich nur auf ideale Gedanken- und Laborwelten, mit denen man im Alltag nichts anfangen kann. Deshalb ist es wichtig, dass im Physikunterricht authentische Probleme behandelt werden. Die Schüler sollen erfahren, dass das physikalische Wissen für die reale Welt relevant und in ihr anwendbar ist. Authentische Situationen sind - vor allem in der Mechanik - meistens durch komplexe Zusammenhänge gekennzeichnet, die im Physikunterricht jedoch kaum vorkommen. Die Behandlung komplexerer Situationen kann aber helfen, die Tragfähigkeit physikalischer Konzepte zu sehen. Authentische und komplexe Vorgänge in der Dynamik bedeuten Vorgänge, in denen mehrere Kräfte gleichzeitig wirken und Reibung eine Rolle spielt. Denn bei allen Bewegungen in Natur und Technik spielen Reibungsvorgänge eine entscheidende Rolle, von denen im Physikunterricht aber in der Regel abgesehen wird. Da solche Vorgänge mit der Schulmathematik nicht behandelbar sind, bilden die Modellbildungssysteme mit ihren numerischen Lösungen eine Hilfe. Bei dieser Modellbildung stehen demzufolge nicht das Rechnen, sondern die physikalischen Zusammenhänge im Vordergrund.

Wichtig für den Erfolg ist eine offene Unterrichtsgestaltung, die möglich ist, da Vorschläge von Schülern bezüglich anderer Startwerte oder anderen Beziehungen leicht verfolgt werden können.

Auch falsche Annahmen sollten eingegeben werden, die Konsequenzen werden am Ende sichtbar und können für den Schüler gewinnbringend diskutiert werden.

2. Modellierung mithilfe des Computers

Der Computer wird heute von vielen Lehrkräften im Unterricht eingesetzt, um Simulationen zu zeigen, meistens in Form von Applets. Sie dienen der Nachbildung ausgewählter Realitätsaspekte mit Hilfe einer zumeist nicht sichtbaren, vorgefertigten Berechnung. Hierbei lassen sich in der Regel nur einzelne Parameter verändern oder man kann in den Ablauf eingreifen, so dass die Folgen der Handlung deutlich werden. Damit ist es möglich, mit zum behandelten Stoff passenden Simulationen zu experimentieren und den Einfluss verschiedener Parameter zu untersuchen.

Können darüber hinaus auch die Gleichungen, nach denen die Berechnung stattfindet, selbst bestimmt werden, spricht man von mathematischer Modellbildung. Hier muss man sich zuerst überlegen, welche physikalischen Größen (z.B. Kräfte, Energien) und welche Beziehungen zwischen ihnen das System beschreiben. Nachdem diese mathematische Modellbildung abgeschlossen ist, kann der Ablauf vom Computer berechnet, also simuliert und anschließend graphisch dargestellt werden. Die Idee von Softwareprogrammen zur Modellbildung ist, dem Benutzer die Berechnungen der Bewegungsfunktionen abzunehmen und die in vielen Fällen zu anspruchsvolle Mathematik unsichtbar in den Hintergrund zu legen. Der Benutzer braucht also in der Regel bei der Verwendung von Modellbildungssystemen keinerlei Kenntnisse von koplexen Rechentechniken, wie Integration oder Differentiation, zu besitzen.

In den letzten 15 Jahren wurde von vielen Lehrkräften in der Sekundarstufe II verstärkt Modellbildungssysteme eingesetzt, was in einigen Lehrplänen ebenfalls gefordert wird. Je nachdem, wie und mit welchem Ziel derartige Medien zum Einsatz kommen sollen, ist manche Software auch schon für die Sekundarstufe I geeignet. Es gibt eine große Vielfalt von Modellbildungsprogrammen. Diese kann man nach unterschiedlichen Aspekten kategorisieren. Zwei Möglichkeiten sind in Kasten 1 gezeigt [2].

Welche Software man nun für die Modellierung verwendet, hängt auch von persönlichen Vorlieben oder Kosten ab; zum Beispiel davon, welche Funktionen einem wichtig sind, wie wichtig einem eine einfache Bedienung ist und ob alle Schülerinnen und Schüler selbst die Eingaben machen sollen oder ob sie nur Vorschläge machen, was an einem für alle sichtbaren Rechner eingegeben wird.

Für den erfolgreichen Einsatz von Software in der Schule ist eine einfache und intuitive Bedienbarkeit mit einer übersichtlichen und einfach zu durchschauenden Benutzeroberfläche wichtig. Nötig sind kurze Wege zum Ziel und eine robuste Programmausführung, die auch großzügig und hilfreich mit Eingabeungenauigkeiten oder sogar Fehlern umgeht.

Unterschiedliche Modellbildungsprogramme

Unterscheidung von Modellbildungsprogrammen nach Art der Ausgabe:

a) Programme, die das Simulationsergebnis in Diagrammen und/oder Tabellen ausgeben (Beispiele: Excel, Newton-II, STELLA, Dynasys, Powersim, Coach)

b) Programme, die zusätzlich auch Animationen ausgeben können (Beispiele: VisEdit/PAKMA, JPAKMA, Modellus 4).

Die Erfahrung zeigt, dass Schüler der Sekundarstufe I (und durchaus auch II) noch nicht sicher Diagramme interpretieren können. Demzufolge ist kann es sinnvoller sein, die Ergebnisse in einer Animation zusätzlich zu einem Diagramm auszugeben. Dies ist jedoch recht aufwändig und erfordert daher eine längere Vorbereitung.

Unterscheidung der Programme nach der Art der Eingabe:

1. Tabellenkalkulationsprogramme (Beispiel: Excel).
2. Graphische Modellbildungsprogramme fordern alle Eingaben auf einer graphischen Oberfläche (Beispiele: STELLA, Dynasys, Powersim, Coach, VisEdit/PAKMA, JPAKMA).
3. Gleichungsorientierte Programme fordern nur die Eingabe der wesentlichen Gleichungen (Beispiele: Newton-II, Modellus 4).

Für die Verwendung eines Tabellenkalkulationsprogramms zur numerischen Berechnung spricht die große Verbreitung und Verfügbarkeit der Software. Es besteht aber ein Risiko darin, dass die physikalischen Zusammenhänge nicht deutlich werden, da weder die Gleichungen noch das Wirkungsgefüge sichtbar sind und die Umsetzung recht umständlich ist. Des Weiteren sind sehr aufwändige Berechnungen praktisch nicht mehr durchführbar.

Graphische Modellbildungsprogramme eignen sich, um visuell deutlich zu machen, wie verschiedene Größen aufeinander einwirken [3]. Für den, der nicht so intensiv in das Thema einsteigen will, wäre eine „vereinfachte“ mathematische Modellbildung denkbar, bei der schon einige Zusammenhänge bzw. Gleichungen vorgegeben sind.

Kasten 1

3. Betrachtung der Kräfte

Die Idee der Modellierung

Ein zentraler Punkt beim Unterrichten der Mechanik ist die Diskussion von Bewegungen bei unterschiedlichen Kraftgesetzen und der Einfluss der verschiedenen Parameter auf die resultierende Bewegung. Die Verknüpfung von Kraft und Bewegung ist durch das zweite Newtonsche Gesetz gegeben. Das bedeutet, dass man im Rahmen der klassischen Mechanik zunächst vor der Aufgabe steht, ein zur Lösung der Fragestellung geeignetes Kraftgesetz zu formulieren. Zusammen mit den Anfangswerten ist damit die resultierende Bewegung eindeutig festgelegt. Man muss die Gleichungen „nur noch“ lösen, was bedeutet, den zeitlichen Verlauf von Geschwindigkeit und Ort eines Körpers zu bestimmen. Eine exakte, explizite Lösung ist aber nur bei einfachen (im Rahmen der Schule bei einfachsten) Kraftgesetzen überhaupt durchführbar und selbst bei lösbaren Problemen ist das Verfahren der Lösungsfindung für die Lernenden oft so schwierig, so dass die Verbindung von Kraft und der daraus resultierenden Bewegung nicht mehr ausreichend erfasst wird.

Für ein Verständnis der Newtonschen Dynamik ist dabei die so genannte „Newton-Maschine“ entscheidend: Alle Kräfte zusammen ergeben eine Gesamtkraft; die Gesamtkraft dividiert durch die Masse ergibt die Beschleunigung; die Beschleunigung bestimmt die Änderung der Geschwindigkeit; die Geschwindigkeit bestimmt die Änderung des Ortes. Studien zeigen einerseits, dass es schwierig ist, Schülern zu vermitteln, gemäß der Newtonschen Vorstellung zu argumentieren, und andererseits, dass man dies durch den Einsatz von Modellbildungssystemen fördern kann [3+4].

Die Software „Coach 6“

Bei dem graphischen Modellbildungsprogramm „Coach 6“ [5], das eine ähnliche Symbolik wie das bekanntere „Dynasys“ [6] hat, werden auf dem Bildschirm Symbole für die einzelnen Größen gesetzt und entsprechend ihrer Wirkung miteinander verbunden. Danach werden die Werte oder Gleichungen für diese Größen angegeben. Dementsprechend wird zuerst mit Hilfe der Symbole festgelegt, welche Größe auf welche andere eine Auswirkung hat und erst dann der Zusammenhang mit einer Gleichung quantifiziert. So wird z.B. visuell deutlich, dass alle Kräfte zusammen die Beschleunigung bestimmen. In Kasten 2 ist dies für einen einfachen Fall eines Papierkegels gezeigt.

Beispiel Fallbewegung mit Luftreibung in „Coach 6“:
Gerade bei der Fallbewegung ist es nicht sinnvoll, nur den freien Fall zu behandeln, da er im Alltag der Schüler nicht vorkommt. Für die Fallbewegung mit Luftreibung eignen sich besonders Fallkegel aus Papier [7+8].

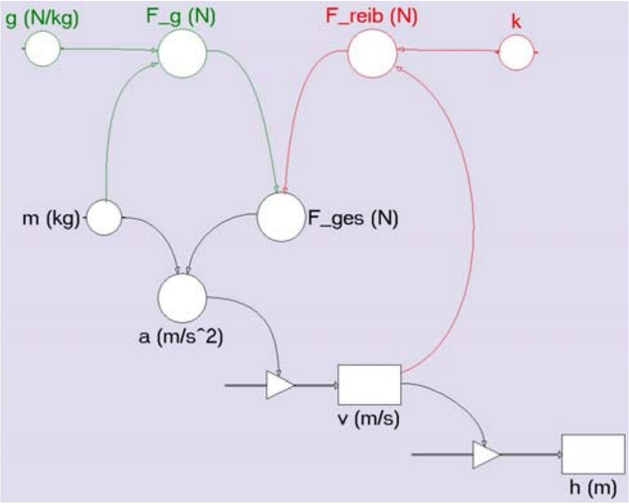

Abb. 1: Wirkungsgefüge für den Fall eines Papierkegels in Coach 6

In Abbildung 1 in der ersten Zeile findet man die Gewichtskraft *F_g* = *m*g* (Fallbeschleunigung *g* = -9,81, Masse *m* = 0,00048) sowie die Luftreibungskraft *F_reib* = *k*v*v* (Konstante *k* = 0,0019). Eine detaillierte Angabe in der Form *F_reib* = -0.5*cw*rho*A*v*v* (Luftdichte *rho* = 1,2, Querschnittsfläche *A* = 0,0038 und cw-Wert *cw* = 0,8) ist nicht nötig. Aus den beiden Kräften wird die Gesamtkraft *F_ges* = *F_g* + *F_reib* gebildet und daraus die Beschleunigung *a* = *F_ges/m* bestimmt. Aus der Beschleunigung kann dann durch numerische Integration die Geschwindigkeit und daraus die Höhe *h* berechnet werden.

Kasten 2

Der Teil ohne die erste Zeile in Abbildung 1 (schwarze Symbole) wird „Newton-Maschine" genannt und zeigt die wesentlichen Zusammenhänge der newtonschen Dynamik. Deren Visualisierung *F_ges*→*a*→*v*→*x* fördert ein strukturelles Verständnis der Mechanik [3], so dass durch die Darstellung klarer wird, welche Größe auf welche andere einen Einfluss hat. Während z.B. eine Studie [3] zeigte, dass viele Schüler denken, dass sich gemäß der Gleichung $F = m \cdot a$ aus Masse und Beschleunigung eine Kraft ergibt, wird hier deutlich, dass Masse und angreifende Kraft eine Beschleunigung ergeben.

Um die Verbindung von Kraft und sich ergebender Bewegung deutlicher heraus zu stellen, kann man diese „Newton-Maschine" vorgeben werden. Dann sind nur noch die Kräfte der ersten Zeile anzugeben bzw. Parameter zu ändern. Kasten 3 zeigt die Modellierung einer Person auf dem Trampolin, die sich steif macht und nicht aktiv hüpft.

Beispiel Bewegung einer Person auf dem Trampolin in Coach 6:
Wie im Beispiel in Kasten 2 wirkt die Gewichtskraft F_g=m*g (Masse *m* = 75), aber als zweite Kraft eine Federkraft *F_Feder* = *-d*h* (Federhärte *d* = 5300) [9+10]. Bei der Federkraft muss man zusätzlich noch eingeben, dass diese nur für *h*<0 ungleich Null ist. Der Rest des Wirkungsgefüges, die „Newton-Maschine", bleibt völlig gleich (siehe Abb. 2).

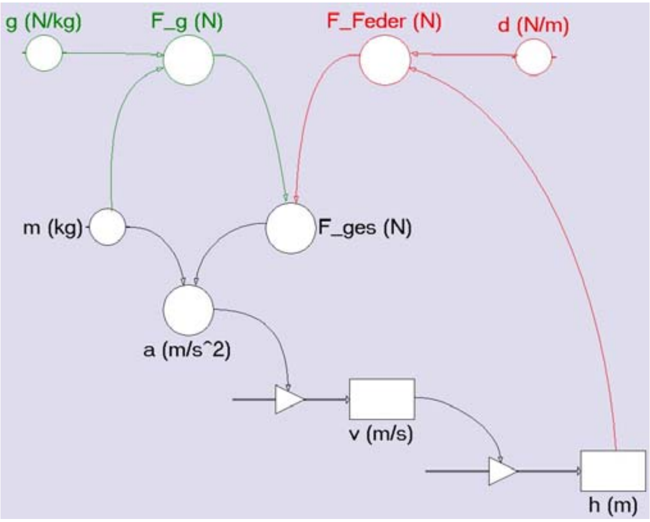

Abb. 2: Wirkungsgefüge für den Trampolinsprung in Coach 6

Kasten 3

Die Modellbildung zwingt die Schüler dazu, sich konkret und in kleinen Schritten Zusammenhänge zu überlegen. Aber selbst wenn das Wirkungsgefüge richtig angelegt ist, gibt es noch viele Möglichkeiten für unpassende Modellannahmen bzw. „Fehler", deren Konsequenzen nach erfolgter Berechnung sichtbar werden. Wird dabei die Modellbildung nicht von jedem Schüler durchgeführt, sondern im Klassengespräch zentral in einen Computer eingegeben, ist es wichtig, dass die Lehrkraft nicht auf diese „Fehler" hinweist und die Schüler nicht tadelt, sondern dass die fehlerhaften Vorschläge eingegeben werden. Dann zeigt das berechnete Ergebnis, dass ein Fehler gemacht wurde, der zu suchen ist.

Die Erfahrung zeigt, dass Schüler in der Regel bei den Kräften meist nur an den Betrag denken und nicht an deren Richtungen. So geben sie oft das falsche Vorzeichen, also die falsche Richtung an. Dann fliegt der Fallkegel oder der Trampolinspringer nach oben statt nach unten. Oder das Trampolin beschleunigte den Springer stark weiter nach unten statt ihn abzubremsen. Oder in einem anderen Kontext, in dem sich die Bewegungsrichtung ändert, wird eine auftretende Reibung als konstant positiv bzw. negativ angenommen, obwohl sie immer gegen die Geschwindigkeitsrichtung gerichtet ist. Insgesamt lohnt sich der Einsatz von Modellbildung, da manche Fehlvorstellung aufgedeckt und besprochen werden kann und einige Zusammenhänge deutlich und bewusst gemacht werden können.

Die Software „Newton-II“

Ist eine Software komplex oder umständlich bzw. undurchsichtig, verlagert man das Problem von der mathematischen Seite auf eine technische Seite und die eigentliche Thematik der Physik geht weiterhin unter. Auch die bekannten graphisch-symbolisch orientierten Programme benötigen eine gewisse Einarbeitungszeit. Dies ist wohl ein Grund, warum Modellbildungssoftware so selten eingesetzt wird [2] und stattdessen lieber eine fertige Animation gezeigt wird oder viele Probleme (z. B. Reibung) wegdiskutiert oder gar nicht behandelt werden.

Die betriebssystemunabhängige Software Newton-II (siehe Kasten 4) ist speziell für die mechanischen Probleme entwickelt worden ([11], kostenlos erhältlich unter [12]). Deshalb muss der Anwender nicht extra angeben, wie sich aus der Beschleunigung Geschwindigkeit und Ort ergeben. Dadurch können sich die Schüler wie der Lehrer ganz auf das Entwickeln und Anwenden der Modelle konzentrieren.

Aufbau und Grundfunktionen des Programms Newton-II
Das Programm „Newton-II“ ist als so genannte „One-Window-Application“ gestaltet. Das bedeutet, dass alle wichtigen Elemente des Programms bis auf wenige Dialoge für spezielle Einstellungen in einem Fenster dargestellt werden (siehe Abb. 3). Im linken Bereich des Fensters befindet sich eine graphische Darstellung der Lösung (die Wertetabelle ist zusätzlich einblendbar). Der rechte Bereich beinhaltet oben eine Leiste für die Projektsteuerung (laden, speichern, drucken etc.), den Projektnamen und darunter den Eingabebereich für den Beschleunigungsterm mit weiter darunter liegendem Bereich für alle zur Berechnung notwendigen Definitionen. Unterhalb der Definitionen befindet sich eine Steuerungsleiste, die die Berechnung steuert, und ganz unten ein Bereich für Einstellungen des Diagramms.
Die bei allen Elementen automatisch erscheinenden Erklärungen (Tooltips) unterstützen den Benutzer, so dass sich die Funktionsweise und Möglichkeiten, die das Programm bietet, schnell erschließen lassen. Die Diagrammdarstellung bietet eine weit reichende intuitive Mausunterstützung. So können die Achsen durch Anklicken und Bewegen der Maus bei gedrückter Maustaste oder durch Drehen des Mausrades gedehnt bzw. gestaucht werden. Per Doppelklick irgendwo im Diagramm wird die automatische Skalierung wieder aktiviert. Neben diesen Grundfunktionen lassen sich über den Bereich „Extras“ Vergleichsfunktionen und Vergleichswerte einer zweiten Tabelle einblenden. Weiterhin sind über das Hilfemenü einige Beispiele direkt aufrufbar. Diese enthalten nähere Informationen zur Modellierung des Vorgangs.

Kasten 4

Dieses Programm verfolgt das Ziel, dass die Eingabe des Kraftgesetzes und der Parameter sowie die Ausgabe als Diagramm gleichzeitig zu sehen sind (räumliche Kontiguität). Dabei wird der Bewegungsverlauf unmittelbar berechnet und gleichzeitig mit allen Eingaben und Parameterwerten als Diagramm sichtbar (zeitliche Kontiguität). Ein schnelles und unkompliziertes Variieren des Problems sowie der verschiedenen Parametern ist in Echtzeit möglich.

Auch die Bedienung erweist sich als intuitiv verstehbar und selbsterklärend, so dass man mit dem Programm äußerst schnell vertraut wird. Durch die Gestaltung der Benutzeroberfläche treten Fragen zur Umsetzung der Problemstellung mittels des Programms, die von der Thematik ablenken, weitgehend in den Hintergrund. Dieses erlaubt eine vielseitige Einsetzbarkeit der Software im dialogisch geführten Unterricht, in Einzel- bzw. Gruppenarbeit mit Arbeitsanweisungen und auch alleine zu Hause zur Nachbereitung oder Selbststudium.

Im Folgenden wird anhand des obigen Beispiels der Fallbewegung die Arbeitsweise mit Newton-II erläutert. Nach dem Start des Programms befindet sich auf der rechten Seite im Feld für den Beschleunigungsterm der Eintrag „*F* / *m*" für das zweite Newtonsche Gesetz. Wenn man den Kraftansatz verfolgen möchte, ist hier nichts zu ändern, hat man eher die Kinematik im Blick, kann der Term für die Beschleunigung hier auch direkt eingegeben werden (zum Beispiel konstante Werte). Im Feld für die Definitionen darunter befindet sich der Eintrag „*F* = 0".

Das Kraftgesetz für die Gewichtskraft ist bekanntermaßen durch $F = m \cdot g$ gegeben. Dies kann direkt in das Definitionsfeld eingetragen werden. Nach der Eingabe erscheint ein roter Rahmen um dieses Feld, der anzeigt, dass ein Fehler vorliegt oder die Eingabe noch nicht vollständig ist. In diesem Fall sind die Masse und der Ortsfaktor noch nicht definiert. Die Definition kann auf mehrere Arten erfolgen. Man kann die Konstante einfach im selben Feld durch ein Semikolon getrennt oder in der nächsten Zeile mit einem festen Wert durch „ m = 1; g = 9,81" beispielsweise angeben. Besser noch, man legt die Masse m als veränderbaren Parameter an. Damit lässt sich die Abhängigkeit der Bewegung von dieser Größe sehr gut untersuchen. Durch Einzeichnen einer Vergleichsfunktion (hier bietet sich eine nach unten geöffnete Parabel an) kann man mit den Schülern den Kurvenverlauf diskutieren. Weiterhin bietet das Programm die Möglichkeit mehrere Koordinatensysteme gleichzeitig anzuzeigen, wodurch sich beispielsweise der Zusammenhang von $s(t)$ und $v(t)$ hervorragend diskutieren lässt (siehe Abb. 3).

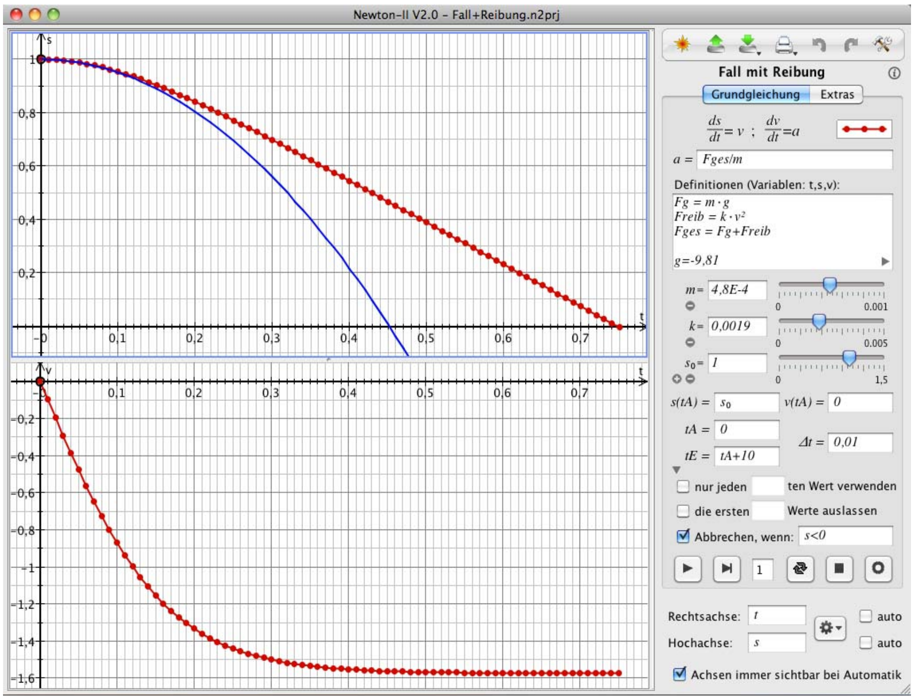

Abb. 3: Festlegungen (rechts) und Diagramm (links) in „Newton-II" zur Modellierung eines Falls mit Reibung (gepunktet: Simulationsergebnis, durchgezogene Linie: Vergleichsfunktion).

Möchte man wie in Abschnitt 3.2 und Abbildung 1 die Luftreibungskraft mitberücksichtigen, schreibt man nur in das Definitionenfeld neben $Fg=m \cdot g$ noch $Freib=k \cdot v^2$ und $Fges=Fg+Freib$ (siehe Abb. 3). Der Beschleunigungsterm muss dann $a = Fges/m$ heißen. Es ist empfehlenswert die Berechnung abbrechen zu lassen, wenn der Wert der Ortskoordinate s kleiner als Null wird. Dies erreicht man durch die Eingabe der Bedingung s<0 im neben dem Auswahl-feld „Abbrechen, wenn“, das durch Klick auf das Dreieck unter der Eingabe der Berechnungszeiten eingeblendet wird.

Wenn das Berechnungsergebnis nach dem eingegebenen Modell den Erwartungen entspricht, kann man die Schüler auffordern, sich zu überlegen, wie der Graph bei anderen Parameter aussieht und sie auffordern, Vorhersagen zu machen [10]. Was bewirkt z.B. eine größere Masse oder eine größere Luftreibung? Erfahrungsgemäß sind gerade Menschen, die ein Physikstudium absolviert haben, überrascht, dass bei sonst gleichen Bedingungen schwere Körper schneller fallen als leichte. Die Parameter können in Newton-II leicht variiert werden, insbesondere wenn man sie als veränderliche Parameter (Schieberegler) anlegt und dann nach Einschalten der wiederholten Berechnung (Doppelpfeil in der Steuerungsleiste) den Wert des Schiebereglers verändert. Denn durch den verwendeten Modus werden die Berechnungen in Echtzeit aktualisiert, so dass sich der Einfluss des entsprechenden Parameters direkt im Diagramm zeigt. In Kasten 5 wird gezeigt, wie das Beispiel aus Kasten 3 mit dem Programm Newton-II umgesetzt werden kann. Es verdeutlicht, wie man durch die Modellbildung neben der Erklärung von Phänomenen und der Erforschung von Zusammenhängen auch die Interpretation der Ergebnisse und das korrekte Lesen von Diagrammen bei den Schülern fördert.

Die Vorgehensweise der Modellierung durch Eingabe der Kraftgesetze ist auch nutzbar, wenn sich die Masse des Körpers ändert, wie z.B. bei der Rakete. Hier gilt bei konstanter Verbrennungsrate μ für die Masse m des Körpers $m=m_0-\mu\cdot t$. Bei einer Rakete im Weltraum, also ohne Berücksichtigung der Schwerkraft, gilt *F*=*Fschub*, wobei *FSchub* im einfachsten Fall der konstanten Verbrennung ebenfalls einen konstanten Wert annimmt. Auch die Rakete ist ein hervorragendes Beispiel für die Möglichkeit der Modellbildung mittels Software. Dieses Problem ist analytisch in der Schule nicht lösbar, jedoch lässt sich der Kraftansatz sehr gut und einfach aufstellen und der Schüler übt die Mathematisierung des Sachverhalts einer konstanten Abnahme am Beispiel der Massenabnahme. Des Weiteren lässt sich dieses erste Modell sehr gut sukzessive an reale Begebenheiten, wie Berücksichtigung der Raketenhülle und Nutzlast, sowie der Schwerkraft und auch der Luftreibung, erweitern.

Möchte man zweidimensionale Bewegungen wie Wurfbewegungen (mit und ohne Luftreibung), Planetenbewegungen oder Satellitenbewegung untersuchen, hat man bei den graphischen Modellbildungssystemen einige Arbeit, da man die „Newton-Maschine“ mit allen Symbolen zweimal anlegen muss – einmal für jede Dimension. Dies führt zu recht komplexen Wirkungsgefügen, die man nicht mehr so leicht erfassen kann und die sich oft nur erschließen, wenn man sie selbst erstellt hat. Dies stellt ein großes Problem in der Schule dar. In Newton-II kann man durch Aufruf der Projekteinstellung die Modellierung auf 3-D umstellen. Dann muss man die drei Komponenten der Beschleunigung und die entsprechenden Anfangswerte vorgeben. Für zwei Dimensionen wird die dritte einfach 0 gesetzt. Die Ortskoordinaten werden dann mit *x*, *y*, *z* bezeichnet und die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen heißen nun *vx*, *vy*, *vz* bzw. *ax*, *ay*, *az*. Die voreingestellten Achsen-Auftragungen im Diagramm sind horizontal die Zeit und vertikal die *x*-Koordinate des Objekts. In diesem Fall ist jedoch häufig die Bahnkurve von Interesse. Diese lässt sich sehr schnell durch Auswahl von „y vs. x“ im Aufklappmenu im Bereich der Achseneinstellungen darstellen. Newton-II lässt sogar Berechnungen in den Feldern der Auftragungen zu, sodass sich durch Eingabe der entsprechenden Terme beispielsweise auch Energieverläufe im Diagramm anzeigen lassen. An diesem Beispiel erkennt man deutlich, wie schnell man mit „Newton-II“ zum Ziel kommt.

Trampolinsprung modelliert mit Newton-II

Die Schwingung eines Federpendels lässt sich modellieren, in dem man in das Definitionenfeld neben *Fg=m·g* noch *Ffeder=-D·s* und *Fges=Fg+Ffeder* schreibt. Beim Trampolin aus Abschnitt 3.2 und Abbildung 2 muss zusätzlich noch angegeben werden, dass die Federkraft nur für *s*<0 gilt. Dies wird im Programm „Newton-II" über so genannte Zusatzdefinitionen durchgeführt. Die Zusatzdefinitionen erreicht man durch Klick auf das Dreieck im großen Eingabefeld der Definitionen. Es öffnet sich ein Fenster, in dem man durch Klick auf das Plus-Symbol eine neue Definition erzeugen kann.

Abb. 4: Definition der Federhärte als bedingte Variable in „Newton-II"

Nach Änderung des Namens auf „D" und Festlegung der Art als „Bedingte Variable" kann die Bedingung rechts daneben eingeben werden (siehe Abb. 4).

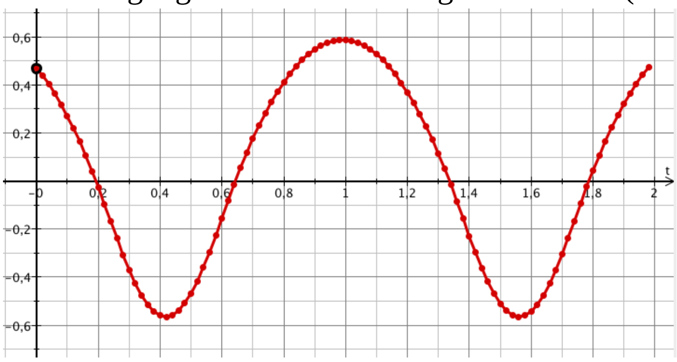

Abb. 5: Diagram des Simulationsergebnisses des Trampolinsprungs

In Abbildung 5 ist das Simulationsergebnis für die in Abschnitt 3.2 angegebenen Parameter [9+10] gezeigt. Erfahrungsgemäß sieht ein Schüler zunächst nur das regelmäßige auf und ab und es wird eine gleichmäßige Schwingung vermutet. Dass es sich oberhalb der Zeitachse um Parabelbögen handelt, wird erst im zweiten Schritt gesehen und auch der Unterschied zu der Bewegung unterhalb dieser Achse als Teile einer Sinuskurve muss zumeist erst erarbeitet werden.

Kasten 5

4. Betrachtung der Energien

Die Idee der Modellierung

Eine andere Art der mathematischen Modellierung von Bewegungen ist die Angabe von Energien und Randbedingungen. Mit Hilfe des Lagrange-Formalismus der theoretischen Physik, den man in der Schule nicht vermitteln kann, kann daraus der Bewegungsablauf berechnet werden. Hintergrund der Berechnung bildet der Lagrange-Formalismus. Mit Hilfe der Langrange-Funktion *L*, die über die Differenz der kinetischen und potenziellen Energie definiert wird, lassen sich die so genannten Euler-Lagrange-Gleichungen aufstellen, die die Bewegung eines Körpers beschreiben. Es handelt sich um partielle Differentialgleichungen, deren Lösung wieder numerisch durchgeführt werden kann, ohne dass sie explizit gelöst werden müssen. Unter Berücksichtigung von Startwerten lässt sich so eindeutig die Bewegung des Körpers berechnen. Diese Berechnung kann von einem geeigneten Computerprogramm durchgeführt werden. Dieses Programm benötigt als Eingabe demzufolge lediglich die Terme für die kinetische und die potenzielle Energie sowie die Startwerte. Die exakte Vorgehensweise bei der Berechnung muss dem Anwender nicht bekannt sein. Diese Tatsache ermöglicht es, die Modellierung von Bewegungen über den Ansatz der angesprochenen Energien auch in der Schule zu behandeln. Zwar bleibt hier das eigentliche Berechnungsverfahren als Blackbox unerklärbar, aber es können viele Vorgänge schnell modelliert werden. Da die Energie sowohl von der Physik als auch von den Bildungsstandards [13] und in deren Folge von neueren Lehrplänen für sehr wichtig gehalten wird, ist dies eine gute Möglichkeit, den Umgang damit zu üben. Damit bekommen die Lernenden ein tieferes Verständnis für das Wechselspiel von potenzieller und kinetischer Energie und der resultierenden Bewegung, indem sie sich näher mit dem Konzept Energie und deren Einfluss auf die Bewegung von Körpern beschäftigen. Anzumerken ist noch, dass die Euler-Lagrange-Gleichungen nur für Systeme formuliert sind, die ein Potential besitzen, und so Probleme mit Reibungseinflüssen leider nicht modelliert werden können.

Im Folgenden sollen die obigen Beispiele noch einmal mit dem Energieansatz besprochen werden. Dazu wird die Software mit dem Namen „Lagrange“ (kostenlos erhältlich unter [12]) verwendet, die nach Eingabe der Terme für die Energien und der Startwerte die Euler-Lagrange-Gleichungen numerisch löst und Ort sowie Geschwindigkeit des betrachteten Körpers berechnet.

Die Software „Lagrange“

Das Programm „Lagrange“ [12] ist sehr eng an das oben besprochene Programm „Newton-II“ angelehnt. Programmdesign und Bedienung sind gleich. Lediglich ist statt der Beschleunigung nun die Eingabe eines Terms für die kinetische und eines für die potenzielle Energie einzugeben. Ein kleiner weiterer Unterschied ist noch, dass die Benennung der Variablen in „Lagrange“ variabel ist (beim Programm Newton-II ist man auf „*s*“ und „*v*“ bzw. „*x*, *y*, *z*“ und „*vx*, *vy*, *vz*“ festgelegt).

Die Verwendung des Programms „Lagrange“ soll nun an Hand des oben bereits besprochenen Beispiels des Trampolin-Sprungs beschrieben werden. Da es sich um die Bewegung eines einzelnen Körpers handelt, das in einem kartesischen Koordinatensystems beschrieben wird, ist für die kinetische Energie der Standardterm *Ekin* = $0{,}5 \cdot m \cdot v^2$ zu nehmen (siehe Abb. 6). Die potenzielle Energie setzt sich aus der Höhenenergie und der Spannenergie zusammen. Dabei ist die Spannenergie so modelliert, dass die Federkonstante den Wert D_0 hat, sobald der Ort s kleiner als eine Schwelle s_0 ist, sonst ist sie null. Wichtig bei der Modellierung ist, dass die Spannenergie der Feder von der Auslenkung $\Delta s = s - s_0$ und nicht direkt vom Ort s abhängt. Es ist also *Espann* = $0{,}5 \cdot D \cdot \Delta s^2$ zu nehmen (siehe Abb. 6). Im Gegensatz zum Federpendel gibt es beim Trampolin nur dann eine Spannenergie, wenn $s < s_0$. Diese Bedingung wird (wie auch bei „Newton-II“) im Fenster für Zusatzdefinitionen, das man durch Klick auf das Dreieck im Eingabebereich der Definitionen erreicht (siehe oben), festgelegt. Bei gleichen Startwerten ergibt sich dann der in Abbildung 5 bereits gezeigte und diskutierte Verlauf.

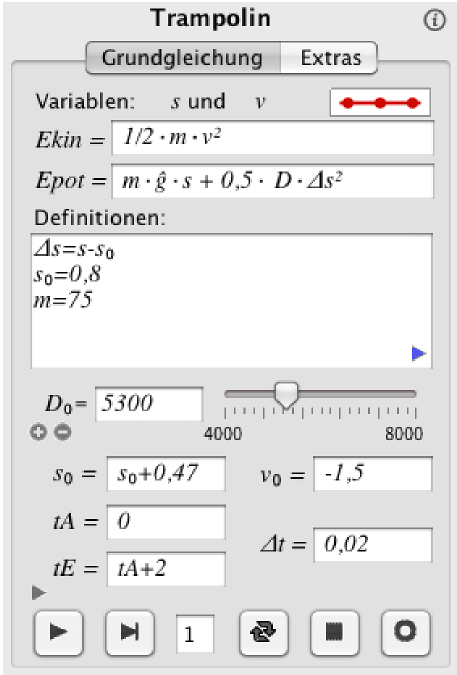

Abb. 6: Festlegungen zur Modellierung der Trampolinbewegung in „Lagrange“

Ein weiteres Beispiel (siehe Kasten 6) soll zeigen, wie man die Modellierung über die Energien für mehrdimensionale Systeme durchführen kann. An diesem Beispiel wird sehr deutlich, wie einfach sich die Modellierung dieses Problems ausgehend vom bekannten Federpendel mit rein vertikaler Auslenkung ergibt, so dass sie durchaus auch in der Sekundarstufe I mit Schülern durchgeführt werden kann. Eine Modellierung über den Kraftansatz, zum Beispiel mit „Coach 6“ oder „Newton-II“, erfordert die Modellierung der Kraftkomponenten, was eine wesentlich höhere Schwierigkeit bedeutet, da hier viel Vektorgeometrie angewandt werden muss. An diesem Beispiel sieht man, dass bei bestimmten Vorgängen die Modellierung über die Energien wesentlich einfacher sein kann als über das Newtonsche Grundgesetz der Mechanik. Weitere Beispiele, die sich für die Modellierung mit Energien eignen, sind eine Masse, die zwischen zwei Feder hängt, das Doppelpendel oder ein geladenes Teilchen zwischen den Platten eines Kondensators an einer Wechselspannungsquelle.

Ebene Federschwingung modelliert mit dem Programm „Lagrange“

Eine Feder hängt im homogen angenommenen Schwerefeld der Erde, wird aber nun zusätzlich zur vertikalen Auslenkung auch horizontal ausgelenkt. Ein Ende sei am Koordinatennullpunkt befestigt, die Ortsvariablen des anderen seien mit x und y und seine Geschwindigkeitsvariablen mit vx und vy bezeichnet. Die kinetische Energie ist wie gewohnt $Ekin = 0{,}5 \cdot m \cdot v^2$, wobei die Geschwindigkeit v nun durch v = sqrt(vx^2+vy^2) („sqrt“ bedeutet Quadatwurzel) berechnet wird (Pythagoras). Die potentielle Energie setzt sich wieder aus der Höhenenergie und der Spannenergie zusammen. Es gilt also erneut $Epot = m \cdot g \cdot h + 0{,}5 \cdot D \cdot \Delta s^2$, wobei nun die Ausdehnung Δs der Feder durch Δs=sqrt(x^2+y^2)-L mit L als ungedehnte Federlänge gegeben ist. In Abbildung 7 ist gezeigt, wie diese Modellierung mit dem Programm „Lagrange“ realisiert werden kann.

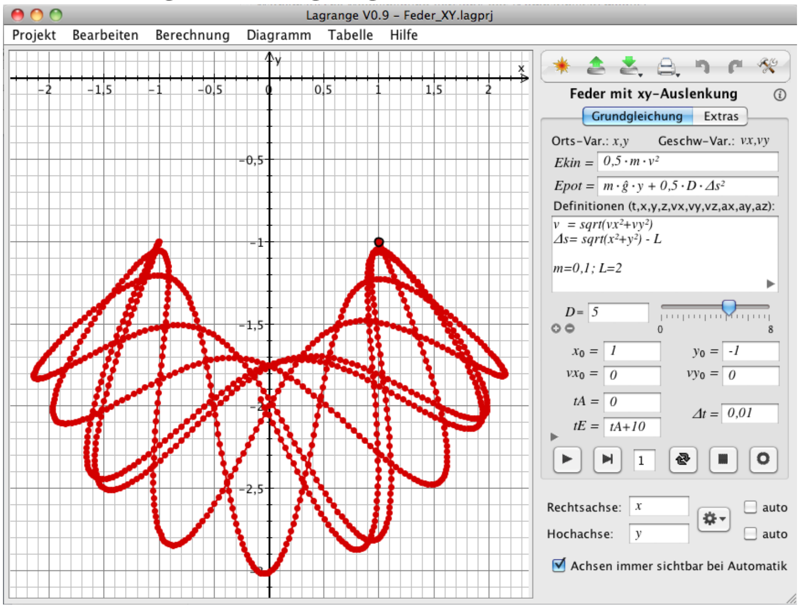

Abb. 7: Simulation eines ebenen Federpendels mit der Software „Lagrange“.

Kasten 6

Zusammenfassung

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Modellierung physikalischer Sachverhalte mittels geeigneter Softwareprogramme eine sinnvolle und vielfältige Methode ist und den Physikunterricht gewinnbringend bereichern kann. Die Schüler können mittels der Unterstützung durch die Programme verschiedene Aspekte besonders gut erlernen. Zu diesen Aspekten gehören die Beziehung der einfließenden Größen untereinander (Wirkungsgefüge bei graphischer Modellbildungssoftware), die Auswirkung der Variation der Parameterwerte auf das Ergebnis, die Deutung von Diagrammen und das Wesen des Modellierungsprozesses. Die graphischen Modellbildungsprogramme bieten den Vorteil einer visuellen Darstellung der Zusammenhänge, während die vorgestellten Programme „Newton-II“ und „Lagrange“ durch Übersichtlichkeit, einfache Bedienung und einem kurzen Weg zum Ergebnis überzeugen. Zusätzlich können im Themengebiet Mechanik die verschiedenen Ansätze zur Modellierung der Bewegung über die wirkenden Kräfte oder die vorhandenen Energien erlernt werden. Vor allem das Verändern und das schrittweise Erweitern der Modelle durch Berücksichtigen weiterer Einflüsse wie z.B. Reibung eignen sich zum bewussten Umgang mit Modellen und zum Reflektieren über Modelle.

Literatur:

[1] Mikelskis-Seifert, S.; Kaspar, L.: Modellieren in der Physik – im Alltag und im Unterricht, in diesem Heft

[2] Wilhelm, T.; Trefzger, T.: Erhebung zum Computereinsatz bei Physik-Gymnasiallehrer - In: PhyDid-B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, 2010, http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/view/109/119

[3] Wilhelm, T.: Konzeption und Evaluation eines Kinematik/Dynamik-Lehrgangs zur Veränderung von Schülervorstellungen mit Hilfe dynamisch ikonischer Repräsentationen und graphischer Modellbildung, Studien zum Physik- und Chemielernen, Band 46, Logos-Verlag, Berlin, 2005, ISBN 3-8325-1046-X, online unter www.opus-bayern.de/uni-wuerzburg/volltexte/2009/3955/

[4] Schecker, H.; Klieme, E.; Niedderer, H.; Ebach, J.; Gerdes, J. (1999): Physiklernen mit Modellbildungssystemen. Förderung physikalischer Kompetenz und systemischen Denkens durch computergestützte Modellbildungssysteme, Abschlussbericht zum DFG-Projekt, Institut für Didaktik der Physik an der Universität Bremen und Max-Planck-Institut für Bildungsforschung Berlin

[5] http://www.klett.de/sixcms/list.php?page=suche&modul=produktdetail&isbn=3-12-772607-4

[6] www.hupfeld-software.de

[7] Wilhelm, T.: Der alte Fallkegel - modern behandelt - In: Praxis der Naturwissenschaften - Physik 49, Heft 6, 2000, S. 28 – 31

[8] Wilhelm, T.: Beispiele für Freihandversuche zu ausgewählten Themen des Physikunterrichts am Gymnasium (Physik), Beiträge zur Gymnasialpädagogik 26, herausgegeben von der Referendarvertretung im Bayerischen Philologenverband, München, 2002

[9] Suleder, M.; Wilhelm, T.; Heuer, D. (2004): Neue Möglichkeiten durch Kombination von Videoanalyse und Modellbildung – In: Nordmeier, V.; Oberländer, A. (Hrsg.): Didaktik der Physik. Beiträge der Frühjahrstagung – Düsseldorf 2004, Berlin

[10] Wilhelm, T.; Heuer, D.: Vorhersagen - ein Mittel zur Intensivierung von Lernprozessen - In: Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 55, Nr. 4, 2006, S. 25 – 28

[11] Lück, S.: Newton-II - Bewegungsgleichungen intuitiv gelöst – In: Nordmeier, V.; Grötzebauch, H. (Hrsg.): Didaktik der Physik - Berlin 2008, Lehmanns Media, Berlin, 2008, ISBN 978-3-86541-317-8

[12] http://did-apps.physik.uni-wuerzburg.de (sämtliche Programme sind kostenlos verwendbar)

[13] Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland: Bildungsstandards im Fach Physik für den Mittleren Schulabschluss, München, Luchterhand, 2005

Anschrift der Verfasser:

AR Dr. *Thomas Wilhelm*, LAss Dr. *Stephan Lück*, Lehrstuhl für Physik und ihre Didaktik, Physikalisches Institut, Universität Würzburg, Am Hubland, 97074 Würzburg, thomas.wilhelm@physik.uni-wuerzburg.de, stephan.lueck@physik.uni-wuerzburg.de