Mathematisches Modellieren mit Modellus 4

Jasmin Ludwig, Thomas Wilhelm

1. Mathematische Modellbildung

In der Physik werden Phänomene oder Vorgänge beobachtet und schließlich ein mathematisches Modell des Realitätsausschnittes erstellt [1], das dann rein mathematisch behandelt werden kann und zu mathematischen Ergebnissen führt, die wiederum physikalisch interpretiert werden müssen. Von großer Bedeutung sind dabei die Übersetzungsprozesse zwischen Mathematik und physikalischer Realität, die auch geübt werden müssen [2]. Die immer wieder kritisierten Rechenaufgaben, die aus Formelmanipulieren und Werteeinsetzen bestehen, fördern weder Verständnis noch geben sie ein realistisches Bild der Physik. Der völlige Verzicht auf Formeln gibt aber auch ein falsches Bild von Physik.

Um den Modellierungskreislauf stärker zu betonen, wurde immer wieder der Einsatz von mathematischen Modellbildungsprogrammen, also speziellen Computerprogrammen, gefordert. Mittlerweile sind sie in einigen Lehrplänen vorgeschrieben. Hier wird von den Lernenden zu einem bestimmten Vorgang ein mathematisches Modell erstellt, das angibt, welche Größen bei dem Vorgang als relevant angesehen und welche Zusammenhänge angenommen werden. Die Gleichungen, nach denen das Modell berechnet wird, werden also selbst bestimmt.

Danach berechnet das Programm aus den eingegebenen Daten und Zusammenhängen mit numerischen Verfahren den Ablauf und stellt die Ergebnisse in Form von Graphen, Tabellen oder Animationen dar, die man interpretieren kann, ohne selbst größere Berechnungen durchführen zu müssen. Man erhält also eine Simulation des Vorgangs. Die Schülerinnen und Schülern sind von reinen Berechnungen entlastet und können sich deshalb mehr auf den physikalischen Gehalt konzentrieren. Sie müssen nämlich die Ergebnisse der Berechnung durch den Vergleich zwischen einerseits erwartetem bzw. gemessenem und anderseits simuliertem Verhalten bewerten und gegebenenfalls ihr Modell verändern.

Der Computer nimmt dem Benutzer also das Lösen der Differenzialgleichungen ab, nicht aber die Möglichkeit, die Eigenschaften des Systems selbst zu bestimmen. So können Schüler selbstständig Ideen und Hypothesen über physikalische Zusammenhänge entwickeln und diese mit dem simulierten Ergebnis vergleichen [3, S. 27].

Verwendet man im Unterricht nur Simulationen, z.B. in Form von Java-Applets, ist dies anders. Denn hinter Simulationen stecken vorgefertigte Berechnungen, das Modell wurde bereits programmiert. Der Benutzer kann meistens nur einzelne Parameter ändern oder in den Ablauf eingreifen. Simulationen sind also im Gegensatz zu Modulationen nicht modellbildend, sondern modellanwendend [4, S. 261 f.].

In der Schule bietet sich der Einsatz von Modellbildungssystemen gerade deshalb an, weil besonders im Bereich der Mechanik eine stärkere Behandlung von realistischen Alltagsproblemen gefordert wird. So können die Schüler erfahren, dass physikalisches Wissen im realen Alltag anwendbar ist. Leider sind in der Physik realistische Aufgaben meist auch komplexe Aufgaben, die nur mittels Differentiation bzw. Integration gelöst werden können. Denn mechanische Bewegungen finden nicht im luftleeren, reibungsfreien Raum mit idealisierten Massenpunkten statt. So ist das Lösen dieser „realen" Aufgaben aus mathematischer Sicht meist noch nicht möglich. Hier ist die Verwendung von Modellbildungsprogrammen eine Möglichkeit, diese Aufgaben dennoch zu behandeln, denn die Programme können die Berechnung der Differenzialgleichungen übernehmen, sodass sich die Schüler komplett auf die physikalischen Zusammenhänge konzentriert können [5, S. 59-61].

Die Schüler werden zwar vom Lösen von Gleichungen entlastet, aber sie sind sehr intensiv mit Mathematik konfrontiert: Man kommt nicht umhin, die vermuteten Zusammenhänge an irgendeiner Stelle in einer Gleichung zu formulieren. Nach der Berechnung wird man dann in der Regel Diagramme interpretieren müssen. So lernen die Schüler die Bedeutung der Mathematik, ohne selbst Rechnen zu müssen.

2. Überblick über verschiedene Modellbildungsprogramme

Mittlerweile gibt es eine Vielzahl von unterschiedlichen Programmen, mit denen man mathematisch modellieren kann, und immer wieder gibt es neue. Teilweise sind sie auch freeware erhältlich. Welches man verwendet, hängt davon ab, auf welche Funktionen man Wert legt und ob das Programm besonders einfach zu bedienen sein soll. In der Schule ist, vor allem wenn Schüler die Eingabe selbst machen sollen, eine intuitive Bedienung, eine anschauliche Benutzeroberfläche sowie eine robuste Programmführung wichtig, damit die Modellierung auch zum Erfolg führt.

Grundsätzlich kann man die Modellbildungsprogramme auf unterschiedliche Arten kategorisieren [3, S. 27]. Zum einen kann man sie nach der Art der Ausgabe unterscheiden. Eine Ausgabe nur in Form von Diagrammen und Tabellen hat man in Tabellenkalkulationsprogrammen sowie in den Programmen Newton-II, Coach 6, STELLA, Dynasys, Powersim, Moebius und Tracker. Eine Ausgabe zusätzlich in Form von Animationen hat man in Modellus 4, in VPython und in Easy Java Simulations.

Zum anderen ist aber auch eine Unterscheidung nach der Art der Eingabe möglich. Hier sind zu nennen:

- Tabellenkalkulationsprogramme, wie z. B. Excel, Calc3 von Open Office
- Graphische Modellbildungsprogramme, die eine Eingabe mittels Symbolen und Verknüpfungen auf einer graphischen Oberfläche fordern, wie z. B. bei STELLA, Dynasys, Powersim, Coach 6, Moebius

- Gleichungsorientierte Programme, die die Eingabe der wesentlichen Gleichungen fordern, wie z. B. bei Newton-II oder Modellus 4, VPython, Tracker, Easy Java Simulations.

Sowohl bei den Tabellenkalkulationsprogrammen als auch bei graphischen und gleichungsorientierten Programmen besteht die Möglichkeit, die mathematische Modellbildung zu vereinfachen und bestimmte Zusammenhänge bzw. Gleichungen schon vorzugeben, die dann von den Schülern nur noch ergänzt werden müssen. Bei zu starken Vorgaben besteht aber die Gefahr, die eigentliche Idee der Modellbildung aus dem Blick zu verlieren.

Modellus 4 ist ein recht neues Modellbildungsprogramm, das in Deutschland noch sehr unbekannt ist, und hier vorgestellt werden soll. Um die Unterschiede zu den bisherigen Möglichkeiten deutlich werden zu lassen, soll außerdem ein Einblick in die bisher verbreiteten Programme gegeben werden [6]. Als Prototyp für Tabellenkalkulationen wurde „Excel“ ausgewählt, als Prototyp für graphische Modellbildungssysteme „Coach 6 MV“ [7] und als prototypisches Beispiel für gleichungsorientierte Programme „Newton-II“ [8]. Als Beispiel für eine Modellierung wird der schiefe Wurf mit Luftreibung verwendet [6].

2.1 Excel als Beispiel für Tabellenkalkulationen

Excel ist wohl das derzeit bekannteste und am weitesten verbreitetste Tabellenkalkulationsprogramm (alternativ kann das kostenlose Calc 3 von Open Office verwendet werden). Allerdings wurde es nicht zur Modellbildung direkt entwickelt und hat deshalb auch viel mehr Funktionen, als letztendlich benötigt werden. Als Grundlage dient ein leeres Rechenblatt, auf dem man alle Geleichungen, Wertetabellen und Graphen selbst nach eigenen Wünschen und Möglichkeiten erstellen kann.

Die eigentliche Formel zur Berechnung des Modells versteckt das Programm hinter den berechneten Werten, sie können durch Auswählen des entsprechenden Feldes angezeigt werden. Drückt man gleichzeitig „Strg“ und „ ' “ werden alle Formeln im Tabellenblatt angezeigt. Es können Bilder und beliebig viele frei gestaltbare Diagramme eingefügt werden. Als Hilfestellung ist es möglich, den Algorithmus, nach dem das Modell berechnet werden soll, direkt aufzuschreiben, sodass er immer sichtbar ist. Um das Modell übersichtlicher zu gestalten, können bestimmte Felder oder Werte farbig markiert werden.

Als Algorithmus wird zur Berechnung die Methode der kleinen Schritte (Euler-Verfahren) verwendet. Hierbei wird für ein kleines Zeitintervall Δt eine beschleunigte Bewegung durch eine gleichförmige Bewegung ersetzt. Um so kleiner die Δt sind, umso genauer stimmen die berechneten Werte mit den realen überein.

Allerdings sollten die Schüler schon Grundkennnisse in der Verwendung von Excel mitbringen. Denn da Excel kein reines Modellbildungssystem ist, das auch nicht wie die anderen speziell für die Schule entwickelt wurde, ist die Bedienung doch teilweise ziemlich anspruchsvoll, was man an den recht unübersichtlichen und auf den ersten Blick schwer durchschaubaren Formeln erkennen kann. Stichworte wie relativer und absoluter Zellbezug und die

Formeleingabe sollten bekannt sein, da man sich sonst mehr auf die Bedienung als auf das physikalische Problem konzentrieren muss. Anderseits bietet das Programm aber auch viele Möglichkeiten. Da praktisch alles selbst erstellt werden muss und es keinerlei Vorgaben gibt, hat man große Gestaltungsfreiheit.

Um das Problem mit den „versteckten“ Formeln zu lösen, gibt es noch eine alternative Eingabemöglichkeit. Unter „Formeln“ und „Definierte Namen“ kann unter „Name definieren“ ein Zahlenwert oder eine ganze Formel für einen Namen eingegeben werden. Im „Namens-Manager“ können dann die definierten Namen verwaltet werden. Unter „In Formel verwenden“ können die definierten Konstanten oder Formeln dann anstelle von Zellbezügen in den eingegebenen Formeln verwendet werden. Lässt man sich nun das Modell mit der Tastenkombination „Strg“ und „ ' “ anzeigen, werden die Formeln „entschlüsselt“ angezeigt. Diese Methode ist jedoch nur für den Lehrer geeignet, wenn er zuvor das Modell vorbereitet, aber ungeeignet, wenn Schüler selbst das Modell erstellen sollen.

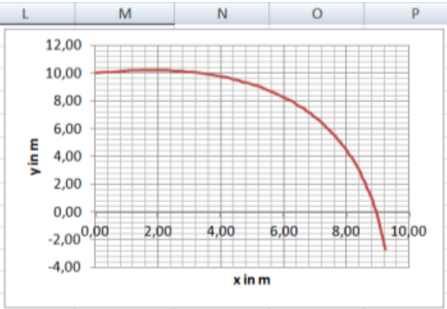
Bei mehrdimensionalen Bewegungen werden bei Excel Geschwindigkeit, Beschleunigung und Ort nach x- und y-Richtung unterschieden und die Bewegungsgleichungen für die zusätzliche Koordinate werden einfach angefügt. Für die dadurch zusätzlich entstehenden Variablen müssen dann entsprechend auch mehr Wertetabellen angelegt werden.

Bei der Modellierung in Excel ist es aus Gründen der Übersichtlichkeit und Nachvollziehbarkeit sinnvoll, bei komplexeren Beispielen mit dem Namensmanager zu arbeiten und so Konstanten feste Namen zuzuweisen. Dadurch werden die bei diesem Beispiel doch recht langen Formeln kürzer und verständlicher; trotzdem erhält man viele Wertetabellen, da es viele nicht konstante Größen gibt. Abbildung 1 zeigt ein Excel-Tabellenblatt, wie es bei einer Modellierung eines schiefen Wurfes mit Luftreibung aussehen könnte. Die Formeln mit vorher definierten Größen sehen sieht man in Abbildung 2 (exemplarisch wurden nur die für die y-Richtung relevanten Größen gezeigt, die x-Richtung folgt analog).

schiefer Wurf mit Luftreibung

Anfangswerte:

vx0=	32	m/s	m=	1	kg
vy0=	9	m/s	cw=	0,9	kg/m³
x0=	0	m	ρ=	1,2	
y0=	10	m	A=	0,3	m2
t0=	0	s	g=	9,8	m/s2
Δt=	0,01	s			



t in s	x in m	vx in m/s	ax in m/s2	FLx in N	y in m	vy in m/s	ay in m/s2	Fly in N	FL in N	Fg in N	v in m/s
0,00	0,00	32,00	-143,60	-143,60	10,00	9,00	-153,41	-143,60	149,18	-9,81	33,24
0,01	0,30	30,56	-129,82	-129,82	10,07	7,47	-139,63	-129,82	133,64	-9,81	31,46
0,02	0,58	29,27	-118,09	-118,09	10,12	6,07	-127,90	-118,09	120,60	-9,81	29,89
0,03	0,86	28,08	-108,02	-108,02	10,16	4,79	-117,83	-108,02	109,58	-9,81	28,49
0,04	1,12	27,00	-99,33	-99,33	10,19	3,61	-109,14	-99,33	100,21	-9,81	27,25
0,05	1,38	26,01	-91,77	-91,77	10,21	2,52	-101,58	-91,77	92,20	-9,81	26,13
0,06	1,63	25,09	-85,16	-85,16	10,22	1,51	-94,97	-85,16	85,31	-9,81	25,14
0,07	1,86	24,24	-79,36	-79,36	10,22	0,56	-89,17	-79,36	79,38	-9,81	24,25

Abb. 1: Schiefer Wurf mit Luftreibung, modelliert in Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Anfangswerte:							t in s	x in m	vx in m/s	ax in m/s2	FLx in N	FL in N	Fg in N	v in m/s
2								=B7	=B5	=B3	=L2/$F$3	=-M2*J2/O2	=0,5*cw*rho*A*O2*O2	=-m*g	=WURZEL(J2*J2+R15*R15)
3	vx0=	32	m/s		m=	100	kg	=H2+dt	=I2+J3*dt+0,5*K2*dt^2	=J2+K2*dt	=L3/$F$3	=-M3*J3/O3	=0,5*cw*rho*A*O3*O3	=-m*g	=WURZEL(J3*J3+R16*R16)
4	vy0=	9	m/s		cw=	0,9	kg/m³	=H3+dt	=I3+J4*dt+0,5*K3*dt^2	=J3+K3*dt	=L4/$F$3	=-M4*J4/O4	=0,5*cw*rho*A*O4*O4	=-m*g	=WURZEL(J4*J4+R17*R17)
5	x0=	0	m		ρ=	1,2		=H4+dt	=I4+J5*dt+0,5*K4*dt^2	=J4+K4*dt	=L5/$F$3	=-M5*J5/O5	=0,5*cw*rho*A*O5*O5	=-m*g	=WURZEL(J5*J5+R18*R18)
6	y0=	10	m		A=	0,25	m2	=H5+dt	=I5+J6*dt+0,5*K5*dt^2	=J5+K5*dt	=L6/$F$3	=-M6*J6/O6	=0,5*cw*rho*A*O6*O6	=-m*g	=WURZEL(J6*J6+R19*R19)
7	t0=	0	s		g=	9,81	m/s2	=H6+dt	=I6+J7*dt+0,5*K6*dt^2	=J6+K6*dt	=L7/$F$3	=-M7*J7/O7	=0,5*cw*rho*A*O7*O7	=-m*g	=WURZEL(J7*J7+R20*R20)
8	Δt=	0,01	s					=H7+dt	=I7+J8*dt+0,5*K7*dt^2	=J7+K7*dt	=L8/$F$3	=-M8*J8/O8	=0,5*cw*rho*A*O8*O8	=-m*g	=WURZEL(J8*J8+R21*R21)

Abb. 2: Formeln zum schiefen Wurf in Excel

In Excel kann man ein ähnliches Modell in einem zweiten Tabellenblatt zum Vergleich anlegen. Hat man den schiefen Wurf mit Luftreibung, kann man zusätzlich in den Graphen für den schiefen Wurf mit Luftreibung den für den schiefen Wurf ohne Luftreibung einblenden. Dazu muss man nur alle Formeln und Anfangswerte in ein neues Tabellenblatt kopieren und die Luftreibungskraft gleich null setzten (siehe Abb. 3).

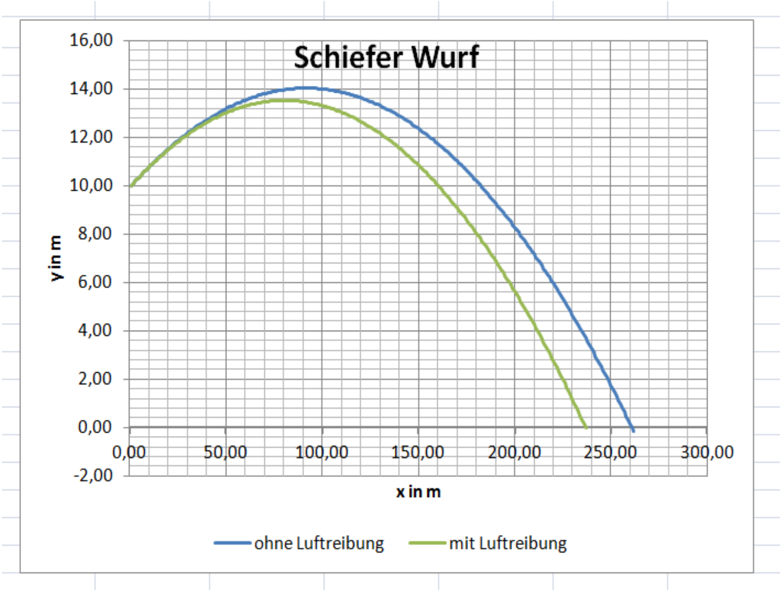


Abb. 3: Diagramm zum schiefen Wurf mit und ohne Luftreibung

Tabellenkalkulationsprogramme sind zwar meist leicht zugänglich und weit verbreitet, jedoch ist die Eingabe recht kompliziert und normalerweise werden weder Gleichungen noch Wirkungsgefüge sichtbar. Man läuft damit Gefahr, dass die physikalischen Zusammenhänge nicht deutlich werden und die Modelle schnell recht aufwändig und undurchsichtig werden. Leicht wird zu viel Zeit damit verbracht, mit der Bedienung des Programms zu Recht zu kommen. Von Nachteil ist außerdem, dass man als numerisches Verfahren nur das einfache Euler-Verfahren zur Verfügung hat und keine aufwändigen Verfahren wie Runge-Kutta.

2.2 Coach 6 als Beispiel für graphisch orientierte Programme

Coach 6 [7] ist ein von der Universität Amsterdam entwickeltes Programm, das zur Modellbildung, Videoanalyse, Messwerterfassung, Java Applets uvm. genutzt werden kann [9, S. 6]. Es ist ein graphisch orientiertes Modellbildungsprogramm, d.h. es werden im Modellfenster Symbole angeordnet und miteinander verknüpft, woraus das Programm dann das Modell berechnet. Die Visualisierung der Newton-Maschine $F_{ges} \rightarrow a \rightarrow v \rightarrow x$ fördert ein strukturelles

Verständnis der Mechanik [5], so dass durch die Darstellung klarer wird, welche Größe auf welche andere einen Einfluss hat. So kann der Fehlvorstellung entgegen gewirkt werden, dass sich gemäß der Gleichung $F = m \cdot a$ aus Masse und Beschleunigung eine Kraft ergibt. Dem didaktischen Vorteil, dass die Zusammenhänge visuell deutlich werden, steht der Nachteil gegenüber, dass das Erstellen des Wirkungsgefüges einige Zeit in Anspruch nimmt.

Zusätzlich zur graphischen Eingabe bietet Coach 6 aber noch zwei weitere Eingabemodi, zwischen denen umgeschaltet werden kann. Der Gleichungsmodus bietet eine Eingabe wie bei gleichungsorientierten Modellbildungssystemen. Beim Textmodus kann wie in Programmiersprachen das Modell eingegeben werden. Zwischen diesen drei Eingabemodi kann gewechselt werden, unabhängig davon mit welcher Methode man ursprünglich modelliert hat.

Coach 6 kann Wertetabellen, Graphen oder Momentanwerte einzelner Größen ausgeben. Es können aber auch Texte und Bilder eingefügt werden. Mit einem Abspielregler kann der Modellablauf gestartet und angehalten sowie die Geschwindigkeit eingestellt werden, in der der Modellablauf, d.h. die Simulation, angezeigt wird. Die Bedienung der Modellfenster ist sehr intuitiv, mit einem Rechtsklick auf eine beliebige Größe im Modellfenster kann diese als Diagramm, als Tabelle oder als Wert in jedes Fenster gezogen und dort angezeigt werden; mit einem weiteren Rechtsklick auf das Diagramm können die Eigenschaften angepasst werden. Es ist zum Beispiel möglich, mehrere Größen in einem Graphen aufzutragen oder nur bestimmte Größen in der Wertetabelle anzeigen zu lassen.

Möchte man mit veränderlichen Parametern arbeiten, bietet Coach 6 die Möglichkeit, sich einen Schieberegler durch einen Rechtsklick im Modellfenster unter „Simulationen" anzeigen zu lassen, mit dem ein Parameter verändert werden kann. Besonders positiv ist dabei, dass der vorherige Graph nicht sofort durch den neuen ersetzt wird, sondern die veränderten Graphen mit unterschiedlichen Farben im gleichen Koordinatensystem gezeichnet werden. So kann man besonders leicht vergleichen, welcher Parameter den Graphen wie beeinflusst.

Bei Coach 6 gibt es keine spezielle Funktion, um mehrdimensionale Bewegungen zu modellieren, es muss für jede Dimension jeweils eine eigene „Newton-Maschine“ erstellt werden. Diese zwei Newton-Maschinen sind miteinander durch verschiedene gemeinsame Symbole verknüpf. Dadurch erkennt man z.B. beim schiefen Wurf ohne Luftreibung gut, dass es sich um zwei unabhängig voneinander erfolgende Bewegungen handelt. Beim schiefen Wurf mit Luftreibung ist dies nicht mehr der Fall, da die Luftreibung vom Betrag der Geschwindigkeit abhängt (siehe Abb. 4).

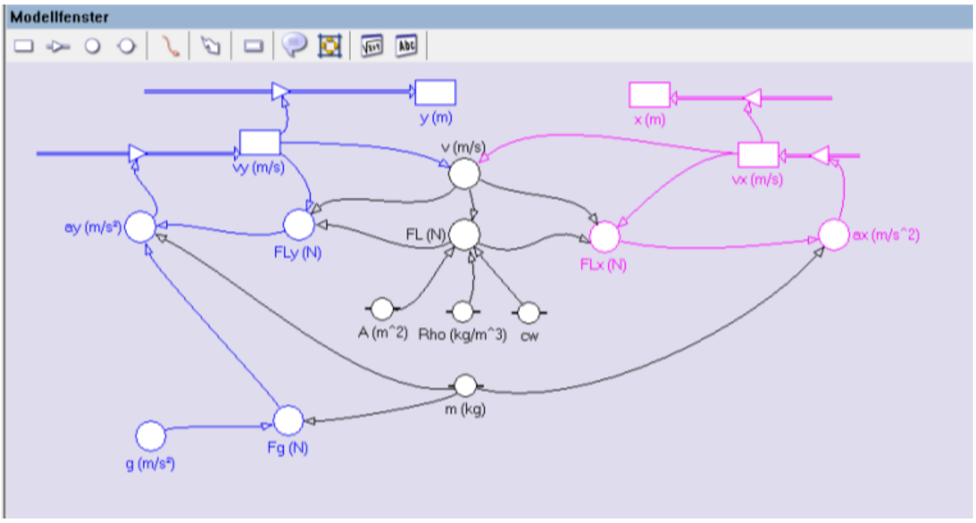


Abb. 4: Eingabe des Wirkungsgefüges zum schiefen Wurf mit Luftreibung in Coach 6

Trägt man die Bewegung auf, sieht man gut, wie die Wurfparabel durch die Luftreibung verändert wird und dadurch nicht nur weniger hoch ist, sondern auch leicht nach unten abknickt, sodass der Körper am Ende fast senkrecht nach unten fällt. Ein direkter Vergleich mit dem schiefen Wurf ohne Luftreibung ist möglich, wenn man die Luftreibung mittels Schieberegler gleich null setzt. In Abbildung 5 ist in rot der schiefe Wurf mit Luftreibung und grün ohne Luftreibung aufgetragen.

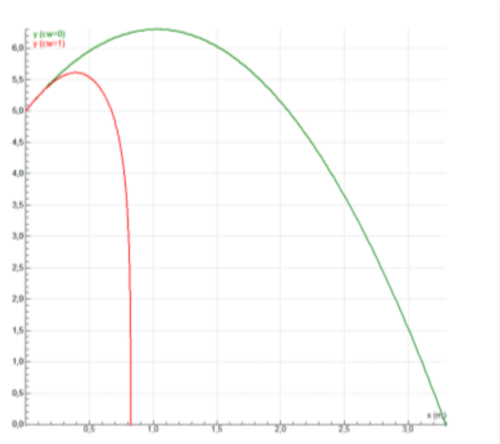


Abb. 5: Schiefer Wurf mit und ohne Luftreibung

2.3 Newton-II als Beispiel für gleichungsorientierte Programme

Newton-II ist ein gleichungsorientiertes Modelbildungssystem, das freeware ist [8]. Newton-II besteht im Wesentlichen aus einem Anzeigebereich (auf der linken Seite), in dem die Ergebnisse in Form von Graphen und Tabellen dargestellt werden können, und einem Eingabe- und Aktionsbereich (auf der rechten Seite), in dem die Gleichungen, Konstanten, Berechnungsbedingungen und Achseneinstellungen eingegeben werden sowie die Berechnung gestartet werden kann.

Es ist möglich, bis zu vier Koordinatensysteme gleichzeitig einzublenden, eine Wertetabelle kann optional angezeigt werden. Im Gegensatz zu Coach 6 ist das Auftragen mehrerer Größen in einem Koordinatensystem sowie das Einfügen von Bildern nicht möglich. Bei den mitgelieferten Modellen kann eine Information durch Klicken auf das Symbol „i“ oben rechts im Eingabebereich geöffnet werden. Ein großer Vorteil ist, dass verschiedene, auch recht elaborierte Berechnungsverfahren zur Verfügung stehen.

Da Newton-II ein sogenanntes gleichungsorientiertes Modellbildungssystem ist, muss hier bei „$a =$“ die Newton‘sche Bewegungsgleichung (zweites Axiom) eingegeben werden. In Feld „Definitionen“ werden dann die F_i und die darin vorkommenden Konstanten und Parameter definiert. Außerdem kann noch unter erweiterten Berechnungsoptionen als Stoppbedingung s<0 eingegeben werden. Verändert man einen der Parameter, wird, nachdem das Modell neu gestartet wurde, der alte Graph durch den neuen ersetzt.

Bei mehrdimensionalen Bewegungen wie beim schiefen Wurf mit Luftreibung hat man bei Newton-II den Vorteil, dass man direkt beim Öffnen eines neuen Projekts auswählen kann, ob es sich um ein 1- oder ein 3-dimensionales Modell handelt. Wählt man ein 3-dimensionales Projekt, so verändert sich der Eingabe- und Aktionsbereich des Programms entsprechend, um die Modulation zu erleichtern (siehe Abb. 6). Es können für die Beschleunigung *a* sowie für die Anfangsbedingungen der Geschwindigkeit *v* und des Ortes *r* für x-, y-, und z-Richtung unterschiedliche Bedingungen eingegeben werden. Durch die auf der Arbeitsfläche fest verankerten Schieberegler kann man sehr gut ausprobieren, wie sich die Wurfparabel vom schiefen Wurf bei verschiedenen Extremfällen verändert. Durch Klicken auf das Plus unterhalb des Definitionsfeldes können beliebig viele Schieberegler für veränderliche Parameter hinzugefügt werden. Die Ober- und Untergrenze sowie der Name können durch Überschreiben geändert werden. Im Feld direkt neben dem Parameternamen wird der momentan eingestellte Wert exakt angezeigt; hier ist es auch möglich, einen speziellen Wert direkt einzugeben.

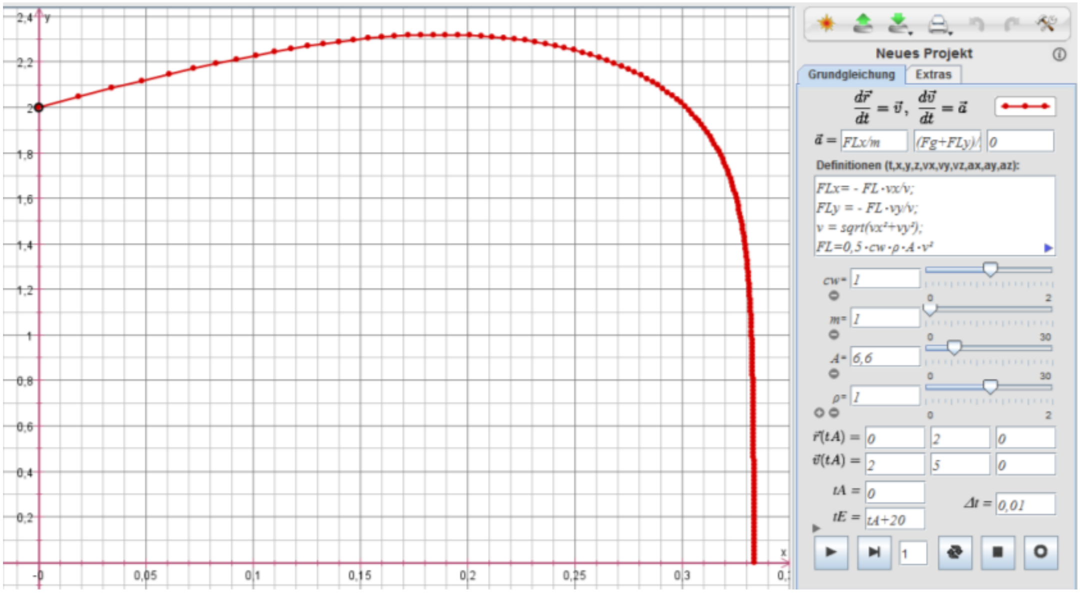


Abb. 6: Schiefer Wurf

3. Modellus 4

3.1 Das Programm

Modellus 4 ist ein gleichungsorientiertes Modellbildungssystem. Es unterscheidet sich von den anderen bereits vorgestellten Programmen in der Art, wie die Bewegungsgleichungen eingegeben werden, besonders aber in der Ausgabe. Denn Modellus 4 kann nicht nur Graphen und Tabellen ausgeben, sondern auch Animationen, die sich entsprechend dem Modellverlauf verhalten. Modellus 4 ist kostenlos auf der Modellus-Website nach kurzer Registrierung erhältlich, was den Vorteil hat, dass es auch für die Schüler zu Hause nutzbar ist [10]. Modellus 4 wurde in Portugal erstellt und ist bisher nur in Englisch, Spanisch, Portugiesisch sowie Niederländisch verfügbar, Versionen in Griechisch und Chinesisch sind geplant. Im Gegensatz zu den oben vorgestellten Modellbildungssystemen hat man im Modellfenster fast vollkommen freie Hand (siehe Abb. 7). Es gibt keine vorher festgelegten Symbole oder Gleichungen.

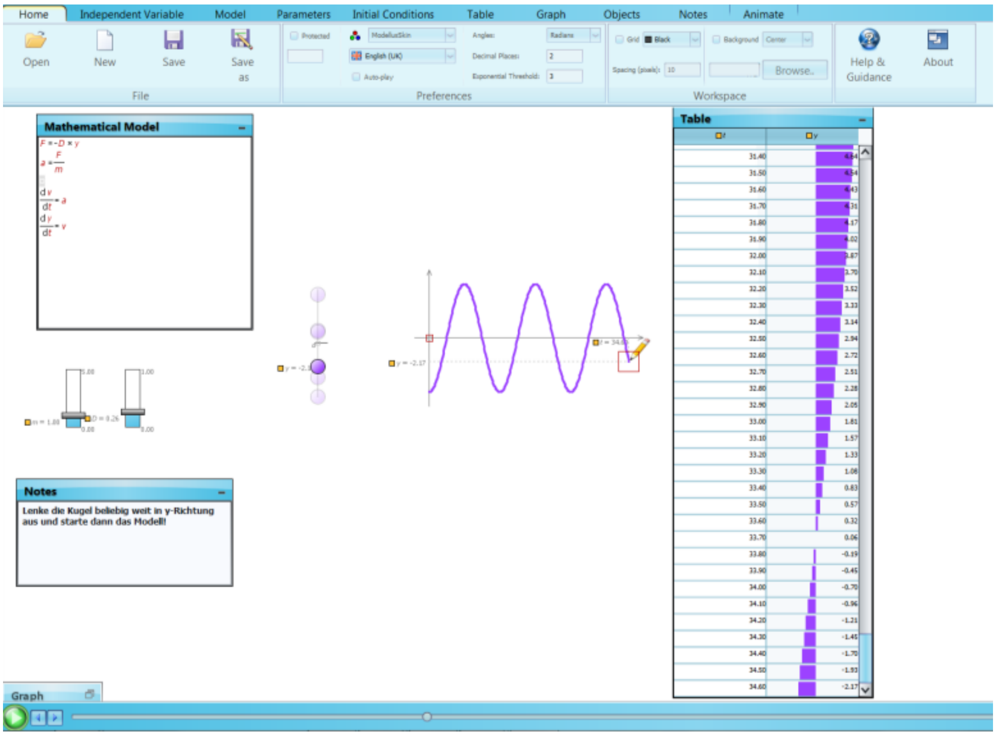


Abb. 7: Harmonische Schwingung in Modellus 4

Unter dem Reiter „Table“ kann festgelegt werden, welche Größen die Wertetabelle auflistet. Des Weiteren können beliebig viele Graphen in leider nur einem Koordinatensystem gezeichnet werden. Was geplottet wird, kann man unter „Graph“ einstellen. Außerdem können unter anderem noch Bilder, veränderliche Variablen als Schieberegler sowie Notizen eingefügt werden. Leider kann man keine Stoppbedingung für die Berechnung festlegen, sondern nur unter „Independent Variable“ eine Zeit einstellen, nach der die Berechnung beendet wird. Man muss also selbst die entsprechende Zeit abschätzen, bei der die Simulation stoppen soll.

Die Besonderheit von Modellus 4 ist, dass es im Gegensatz zu den anderen Programmen auch Animationen ausgeben kann. Bei den Animationen handelt es sich um eine Anzahl vom Programm vorgegebener Objekte, die sich in x- bzw. in y-Richtung entsprechend einer vorher definierten Größe bewegen [11]. Man kann so die Bewegung von Autos, Bällen, Menschen oder Planeten entsprechend der durch das Modell berechneten Werte animieren. Dadurch wird nicht nur die eigentliche Bewegung des Objekts klar, sondern man kann auch leichter beobachten, wie das Verändern verschiedener Größen die Bewegung des Objekts beeinflusst. Um dies zu erleichtern, gibt es auch eine Reihe von Einstellungsmöglichkeiten, so können z.B. verschiedene Achsen oder die Spur des Objekts angezeigt werden, um die Aussagekraft zu verstärken. In Kombination mit verschiedenen Schiebereglern kann man so einfach unterschiedliche Extremfälle betrachten. Nun müssen die Schüler nicht erst Diagramme interpretieren, sondern sehen einfach an der Animation, dass ihr Modell nicht die gedachte Bewegung ergibt. Die Erfahrung zeigt, dass Schüler in der Regel bei den Kräften nur an den Betrag denken und nicht an deren Richtungen. So geben sie oft das falsche Vorzeichen, also die falsche Richtung an. Dann fällt der Fußball zum Beispiel nach oben statt nach unten. Oder das Bungee-Seil beschleunigte den Springer stark weiter nach unten statt ihn abzubremsen. Oder in einem anderen Kontext, in dem sich die Bewegungsrichtung ändert, wird eine auftretende Reibung als konstant positiv bzw. negativ angenommen, obwohl sie immer gegen die Geschwindigkeitsrichtung gerichtet ist.

Jedoch ist die Erstellung des Modells und der Animation zeitaufwändig. Es ist aber auch möglich, im Unterricht Teile des Modells oder insbesondere die Animation vorzugeben, die dann nur noch ergänzt werden müssen.

Möchte man keine mathematische Modellbildung, sondern lediglich eine Simulation erstellen, wäre es auch möglich, direkt die Lösungen der Differentialgleichungen einzugeben, wie sie z.B. in der Formelsammlung für spezielle Bewegungen stehen, und sich dann Graphen oder Animationen ausgeben zu lassen [11]. So kann man mit Modellus 4 auch einfach Animationen für den Unterricht erstellen, bei denen man nur noch Parameter variiert.

Um eine Animation zu erstellen, wird unter „Objects“ ein „Particle“ erstellt. Unter „Animate“ werden dann die Eigenschaften des Objekts definiert. Unter „Scale Unit“ kann man die Größe so anpassen, dass die Animation formatfüllend wird. Des Weiteren ist es unter anderem möglich, ein Koordinatensystem, die Bahn oder verschiedene Positionen der Animation anzeigen zu lassen (siehe Abb. 8).

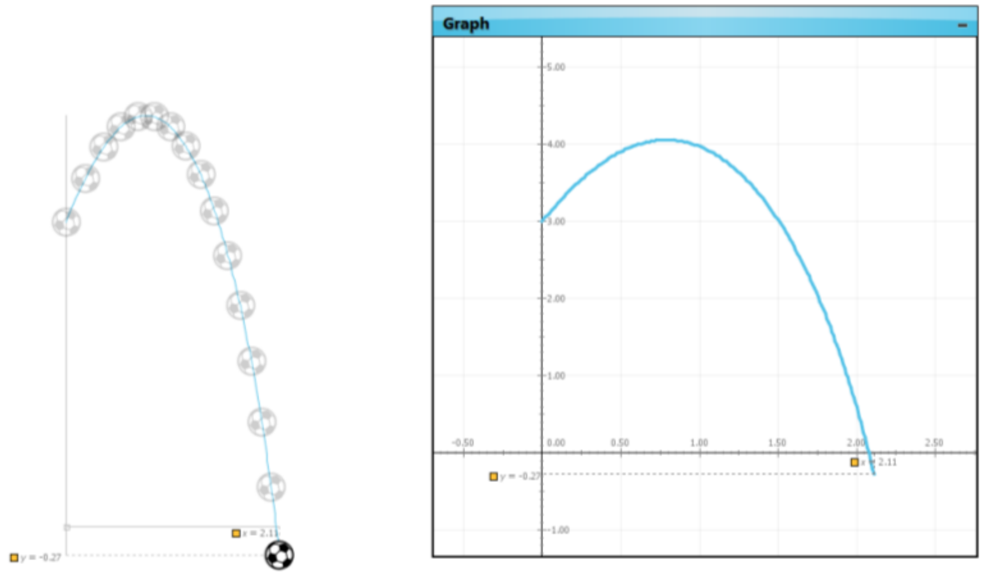


Abb. 8: Animation und Flugkurve zum schiefen Wurf mit Luftreibung

Auch wenn man mehrere Graphen anzeigen lassen möchte, ist es manchmal sinnvoll, den Graphen als Animation zu erstellen, denn Modellus 4 trägt alle Graphen im gleichen Koordinatensystem auf, wodurch es schnell unübersichtlich wird. Um solch einen Extra-Graphen zu erstellen, klickt man mit rechts einfach auf die Arbeitsfläche und wählt „add Pen“; dem erstellten Stift kann dann genauso, wie jedem anderen animierten Objekt auch, eine Bewegung in x- und y-Richtung zugewiesen werden. Der Stift kann auch ausgeblendet werden und es stehen auch verschiedene Linienarten zur Verfügung.

Auch bei Modellus 4 können beliebig viele veränderliche Parameter in Form von Schiebereglern definiert und auf der Arbeitsfläche positioniert werden. Mit einem Rechtsklick auf die Arbeitsfläche werden sie unter „Add Level Indicator“ erstellt. Unter dem Reiter „Animate“ kann dann festgelegt werden, welche Variable der Schieberegler wiedergibt; hier wird auch ihr maximaler und minimaler Wert definiert. Wird ein Schieberegler verändert, nachdem das Modell fertig berechnet wurde, muss es neu berechnet werden, der bisher angezeigte Graph wird überschrieben. Ein Schieberegler kann aber bei Modellus 4 auch verändert werden, während das Modell läuft; die neu eingestellten Werte werden dann direkt in die Berechnung übernommen.

3.2 Beispiel „Schiefer Wurf mit Luftreibung“

Modellus 4 bietet, wie Coach 6 und Excel, keine zusätzlichen Funktionen für mehrdimensionale Bewegungen. Da hier aber ohne viele Vorgaben durch das Programm relativ frei durch Eingeben der Gleichungen modelliert wird, können die zusätzlichen Komponenten mit den entsprechenden Gleichungen einfach ergänzt werden. Die Komponenten von Beschleunigung, Geschwindigkeit und Ort werden entsprechend mit x bzw. y gekennzeichnet. Auch bei Modellus 4 funktioniert die Modulation des schiefen Wurfs mit Luftreibung gut. Zusätzlich zum Graphen kann noch eine Animation, hier ein Fußball, erstellt werden, der den Bewegungsablauf besonders verdeutlicht. Um das Modellfenster übersichtlicher zu gestalten (siehe Abb. 9), wurden alle Konstanten unter „Parameters“ und die Anfangsbedingungen unter „Initial Conditions“ und nicht im Modellfenster definiert. Es können auch noch diverse Schieberegler eingefügt werden, hier die Querschnittsfläche *A* des Fußballs, um leichter verschiedene Fälle auszuprobieren.

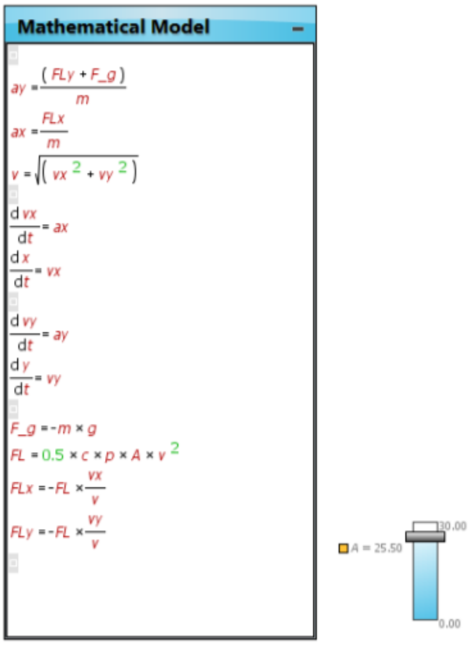


Abb. 9: Schiefer Wurf mit Luftreibung

3.3 Beispiel „Rutschendes Seil“

Ein einfaches, aber interessantes Modell ist eine Kette oder ein Seil, das (mit oder ohne Reibung) über eine Tischkante rutscht (siehe Abb. 10). Eine Fallunterscheidung beim rutschenden Seil legt fest, dass, sobald das Seil komplett über die Tischkante gerutscht ist, nicht mehr nur ein Teil der Gewichtskraft $\mathrm{F_s} = \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{L}} * \mathrm{m} * \mathrm{g}$ als beschleunigende Kraft wirkt, sondern die gesamte Gewichtskraft $\mathrm{F_g} = \mathrm{m} * \mathrm{g}$.

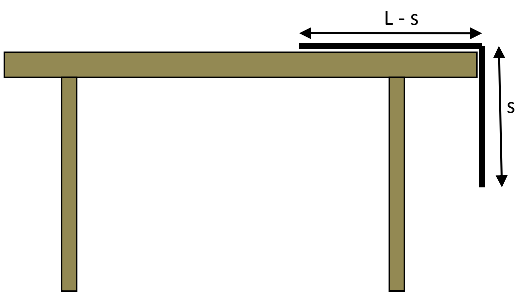


Abb. 10: Phänomen des rutschenden Seils

Bei Modellus 4 kann unter „Model“ und „Condition“ eine Klammer ins Modellfenster eingefügt werden, um Fallunterscheidung einzugegeben (siehe Abb. 11). Zusatzdefinitionen für bedingte Variablen sind so direkt im Modellfenster sichtbar und leicht als solche erkennbar.

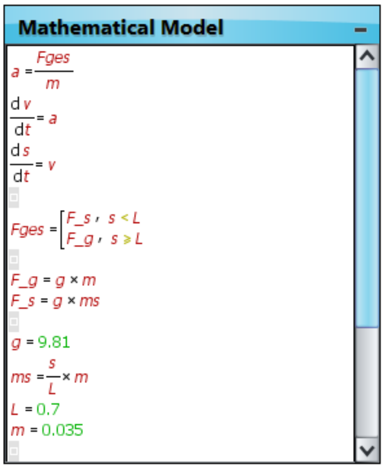


Abb. 11: Modell des rutschenden Seils

Nicht zu vergessen ist, dass unter „Initial Conditions" einen Anfangswert für das überhängende Seilstück *s* wie z.B. s = 0,2 angegeben werden muss, da das Seil nicht ins Rutschen kommen kann, wenn nicht ein Stück überhängt.

Für die Animationen baut man sich mit einem Rechtsklick auf die Arbeitsfläche mit Hilfe von sogenannten „Geometric Objects" einen Tisch. Dann erzeugt man sich auch mit einem Rechtsklick auf die Arbeitsfläche zwei „Particles" und weist einem die Bewegung des Seilanfangs und dem anderen die des Seilendes zu. Dazu muss man sich im Modellfenster diese neuen Größen erst definieren. Verbindet man dann noch den Particle für das Seilende und den für den Seilanfang mit einem „Geometric Object" und platziert den Tisch passend, ist die Animation fertig (siehe Abb. 12).

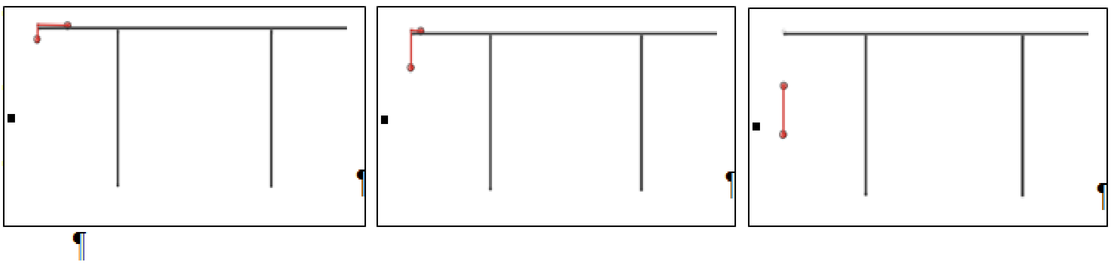


Abb. 12: Animation zum rutschenden Seil

Startet man das fertige Modell, läuft die Animation zeitgleich mit der Auftragung der Graphen ab (siehe Abb. 13). Da man die Simulation jederzeit anhalten kann, können die entstehenden Graphen sehr gut diskutiert werden. Leider ist die Animation aber in der Erstellung anspruchsvoll, so dass sie vor dem Unterricht erstellt werden sollte.

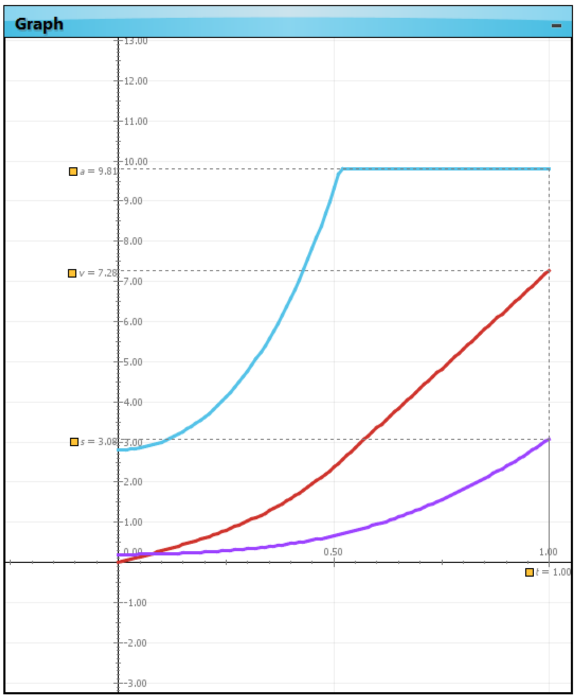


Abb. 13: Beschleunigung (blau), Geschwindigkeit (rot) und Überhang (lila) des rutschenden Seils

4. Fazit

Mit Hilfe von mathematischen Modellbildungsprogrammen kann das Rechnen von Standardaufgaben im Physikunterricht reduziert werden. Der Computer übernimmt nicht nur das Berechnen, sondern ermöglicht damit auch die Behandlung viel komplexerer Situationen, zu deren Berechnung die Schulmathematik nicht ausreicht. Dabei spielt aber Mathematik eine große Rolle. So müssen einerseits die gedachten Zusammenhänge mit Hilfe von Gleichungen dargestellt werden und anderseits Diagramme interpretiert werden. Graphische Modellbildungssysteme versuchen den Anteil der Mathematik dadurch etwas zu reduzieren, dass die Zusammenhänge zunächst qualitativ in einem Wirkungsgefüge angegeben werden und dies erst später quantifiziert wird. Überprüfungen des Modells geschehen zunächst am Wirkungsgefüge und nicht gleich an Gleichungen. Modellus 4 kann die Mathematik dadurch etwas reduzieren, dass man den Modellablauf an einer Animation betrachtet anstatt Diagramme zu interpretieren.

Literatur:

[1] O. Krey, Didaktische Aspekte des Umgangs mit Mathematik im Physikunterricht, in: Physik in der Schule 62, Nr. 2, 2013, in diesem Heft

[2] O. Uhden & G. Pospiech: Die physikalische Bedeutung der mathematischen Beschreibung – Anregungen und Aufgaben für einen neuen Umgang mit der Mathematik, in: Physik in der Schule 62, Nr. 2, 2013, in diesem Heft

[3] S. Lück & T. Wilhelm, Modellierung physikalischer Vorgänge am Computer. Modellbildungssysteme als Unterstützung zum Verständnis physikalischer Strukturen, in: Unterricht Physik 22, Heft 122, 2011, S. 26 – 31

[4] H. Niegemann, S. Dogmagk, S. Hessel, A. Hein, M. Hupfer & A. Zobel ., Kompendium Multimediales Lernen, Springer, Berlin, 2008

[5] T. Wilhelm, Konzeption und Evaluation eines Kinematik/Dynamik-Lehrgangs zur Veränderung von Schülervorstellungen mit Hilfe dynamisch ikonischer Repräsentationen und graphischer Modellbildung, Studien zum Physik- und Chemielernen, Band 46, Logos-Verlag: Berlin (2005), online unter www.opus-bayern.de/uni-wuerzburg/volltexte/2009/3955/

[6] J. Ludwig, Vergleich verschiedener Modellbildungssysteme, Staatsexamensarbeit Universität Würzburg, www.thomas-wilhelm.net/arbeiten/modellbildungsprogramme, 2012

[7] Coach 6 Studio MV gibt es für 3,95 € unter http://www.klett.de/produkt/isbn/3-12-772607-4

[8] Newton-II ist kostenlos downloadbar unter http://did-apps.physik.uni-wuerzburg.de/Newton-II/index.html

[9] E. Kedzierska, V. Dorenbos, M. Van Eupen & M. Heck, A Guide to Coach 6, http://cma-science.nl/english/resources/coach6/coach6/guide%20to%20coach%206.3.pdf 2010

[10] Modellus 4 ist kostenlos downloadbar unter http://modellus.fct.unl.pt

[11] P. Gutsch, Physiksimulationen mit dem Modellbildungsprogramm Modellus 4, Staatsexamensarbeit Universität Würzburg, http://www.thomas-wilhelm.net/arbeiten/modellus.htm, 2011

Anschrift der Verfasser:

Jasmin Ludwig, Lehrstuhl für Physik und ihre Didaktik, Physikalisches Institut, Universität Würzburg, Emil-Hilb-Weg 22, 97074 Würzburg

Prof. Dr. *Thomas Wilhelm*, Institut für Didaktik der Physik, Goethe-Universität Frankfurt am Main, Max-von-Laue-Str. 1, 60438 Frankfurt am Main, wilhelm@physik.uni-frankfurt.de, www.thomas-wilhelm.net