

Haben Gleichungen eine Wirkrichtung?

Thomas Wilhelm

1. Äquivalenzumformungen

Formeln bzw. Gleichungen kommen sowohl in Physik als auch in Mathematik vor und beide Begriffe werden verwendet. Eine Unterscheidung der beiden Begriffe „Formel“ und „Gleichung“ soll hier nicht vorgenommen werden, obwohl z.B. eine Aussage wie $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ einen anderen Charakter hat als $E = mc^2$. Das Erste ist nur eine inhaltslose Termumformung, während das Zweite einen Zusammenhang zwischen verschiedenen physikalischen Größen darstellt, wie es in der Physik üblich ist.

In der Mathematik gibt es bei Gleichungen Äquivalenzumformungen. So sind für $a, b, c \neq 0$ die Gleichungen $a=b/c$, $a \cdot c=b$ und $c=b/a$ mathematisch völlig äquivalente Aussagen. In der Physik tauchen bestimmte Gleichungen aber meist in einer bestimmten Form auf und eine Umformung scheint manchmal nicht äquivalent zu sein.

2. Definitionsgleichungen

Wenn wir eine neue physikalische Größe definieren, dann steht diese auf der linken Seite und alle anderen Größen stehen auf der rechten Seite der Gleichung. Vor dem Gleichheitszeichen wird gelegentlich noch ein Doppelpunkt gesetzt. Wir machen damit deutlich, dass die neue Größe auf der linken Seite aus den Größen der rechten Seite berechnet werden kann. Beispiele sind: $R:=U/I$, $\vec{F} := m \cdot \vec{a}$, $D:=F/\Delta l$, $C:=Q/U$, $\mu:=F_{Reib}/F_N$ oder $\vec{a} := \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$. Gerade die ersten beiden Gleichungen sind uns in genau dieser Form vertraut. Bei der Reibung ist uns seltsamerweise $F_{Reib} = \mu \cdot F_N$ vertrauter.

In konkreten physikalischen Situationen ist es häufig so, dass bestimmte Größen vorgegeben werden und sich eine weitere Größe nach einem bestimmten Gesetz einstellt. Ein vorgegebener elektrischer Stromkreis hat z.B. einen bestimmten Widerstand. Wird eine bestimmte Spannung angelegt, ergibt sich daraus eine Stromstärke. Selbstverständlich entsteht nicht aus Spannung und Stromstärke ein Widerstand. Ist das den Schülern aber klar?

3. Schülervorstellungen

In einer Untersuchung mit 55 Schülern der Jahrgangsstufe 11 des neunjährigen Gymnasiums sollten Vorstellungen nach dem Mechanikunterricht untersucht werden [1]. Dazu sollten die Schüler selbst ein Concept Map aus zwölf vorgegebenen mechanischen Begriffen erstellen, nachdem die Erstellung eines nichtphysikalischen Concept Maps gemeinsam geübt war. Die Schüler mussten die Begriffe sinnvoll anordnen und diese nach ihren Vorstellungen verbinden und die Verbindungspfeile mit vorgegebenen Worten beschriften. Außer den Aussagen „ist“ und „ist Beispiel für“ gaben alle Relationen (wie z.B. „bestimmt“, „wirkt auf“, „ändert“, „ver-

ursacht“ oder „wirkt entgegen“) eine Wirkungsrichtung an. Der Richtung der Verbindungspfeile lag damit meistens eine Wirkrichtung zugrunde.

Zur Generalisierung der individuellen Maps wurden sogenannte Modalmaps erstellt. Sie enthalten die durchschnittliche Zahl genannter Verbindungen und repräsentieren die am häufigsten vorkommenden Zusammenhänge [2]. Bei der Darstellung der Modalmaps wurde zusätzlich noch angegeben, welcher Anteil der Schüler diese Proposition angab und dies durch die Dicke des Pfeils repräsentiert (siehe Abb. 1).

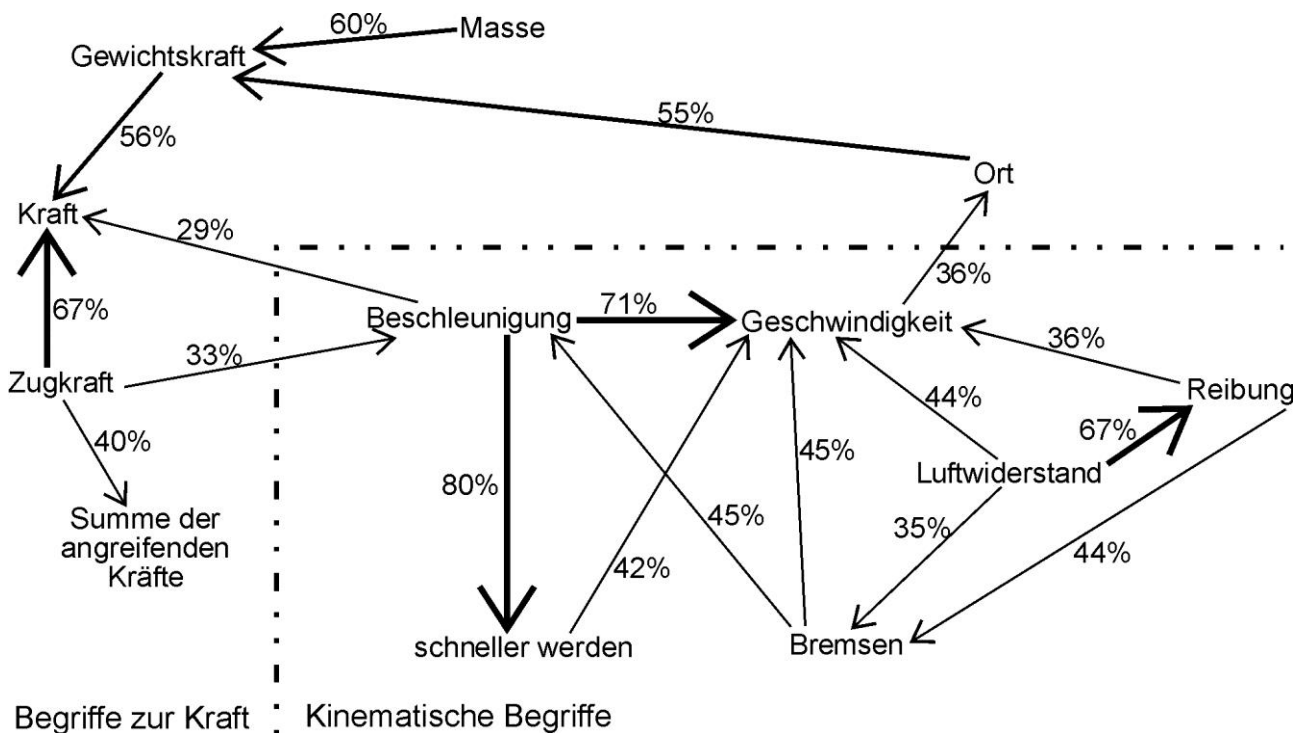


Abb. 1: Modalmap von drei Klassen nach dem Mechanikunterricht in Jahrgangsstufe 11

Nur ein Drittel der Schüler gab dabei an, dass die Zugkraft die Beschleunigung bestimmt, und leider nur ein Fünftel, dass die Masse die Beschleunigung mitbestimmt (in Abb. 1 nicht eingezeichnet). Die Aussage „Beschleunigung wirkt auf Kraft“ wurde dagegen von 29 % der Schüler angegeben und die Aussage „Masse beeinflusst Kraft“ von nur 27 % der Schüler! Man kann vermuten, dass die Schüler hier an das zweite Newton'sche Gesetz in der Form $F = m \cdot a$ gedacht haben. D.h. diese Schüler haben das zweite Newton'sche Gesetz nicht verstanden, sondern nur eine Formel gelernt.

Dass die Schüler diese Gleichung falsch interpretieren, ist nicht verwunderlich. So ergeben ja auch Masse und Ortsfaktor die Gewichtskraft $F = m \cdot g$, Ladung und elektrisches Feld eine Kraft $F = q \cdot E$ und Ladung, Geschwindigkeit und Magnetfeld die Lorentzkraft $F_L = q \cdot v \cdot B$ (wenn wir nur den Betrag berücksichtigen). Das zweite Newton'sche Gesetz, das Grundgesetz der Mechanik, ist aber von völlig anderer Qualität.

4. Schlussfolgerungen

Deshalb sollte man sollte das zweite Newton'sche Gesetz gemäß dem Ursache-Wirkungskonzept stets in der Form $a = F/m$ schreiben, da sich immer aus wirkender Kraft und bewegter Masse eine Beschleunigung ergibt. Die Formulierung $F = m \cdot a$, die sich aus der Definition der Kraft ergibt, betont nicht den Wirkungszusammenhang und verführt Schüler, dies so zu interpretieren,

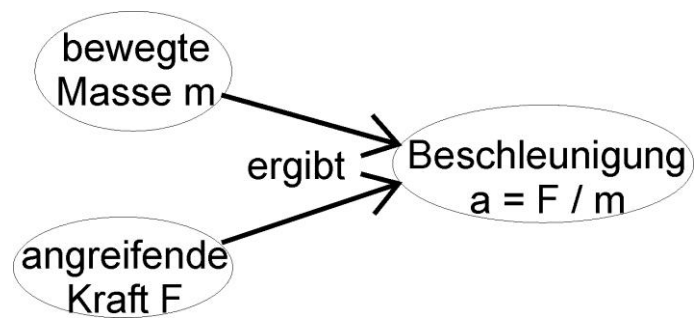


Abb. 2: Wirkungszusammenhang zwischen Kraft und Beschleunigung

dass die Masse und die Beschleunigung eine Kraft „ergibt“. Diese kleine Umformung der Standardgleichung kann den Schülern zum Verständnis des Zusammenhangs zwischen Kraft und Beschleunigung helfen. Zusätzlich sollte man den Zusammenhang noch symbolisch wie in Abb. 2 darstellen.

Man kann diese Fehlvorstellung aber auch dadurch umgehen, dass man die Gleichung $F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v$ verwendet [3]. Dadurch, dass nun auf jeder Seite zwei Größen stehen, verringert sich die Gefahr, in der Gleichung auch eine Wirkrichtung zu sehen.

Genauso wäre es sinnvoll zu formulieren, dass bei ohmschen Widerständen ($R = U / I = \text{konstant}$) der Wirkungszusammenhang stets als $I = U / R$ (mit R konstant) angegeben wird, da sich aus angelegter Spannung U und vorhandenem konstantem Widerstand R eine bestimmte Stromstärke I ergibt. In der Optik ergibt sich bei Abbildungen an Linsen die Bildweite immer aus Gegenstandsweite und Brennweite: $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g}$.

Nicht in jedem Fall ist das so eindeutig. Befindet sich auf einem Kondensator der Kapazität C eine Ladung Q , misst man an ihm eine Spannung U gemäß $U = Q/C$. Legt man an einen Kondensator der Kapazität C eine Spannung U an, fließt eine Ladung Q auf den Kondensator gemäß $Q = U \cdot C$. Zieht man an einer Feder der Federhärte D an beiden Enden gegengleich mit der Kraft F , ergibt sich eine Längenänderung von $\Delta l = F/D$. Ist eine Feder um Δl gedehnt, zieht auch sie selbst mit $F = D \cdot \Delta l$ an ihren beiden Enden.

Es ist sinnvoll, dass wir uns nur eine Form einer Gleichung merken und diese bei Bedarf umformen. Bei der Entscheidung, welche Form man als Lehrkraft vorgibt, sollte man stets mitbedenken, dass Schüler darin auch eine Wirkrichtung lesen können, die wir so vielleicht nicht gemeint haben. $a = F/m$ und $I = U/R$ mag für uns anfangs ungewohnt sein, aber nicht für die Schüler. Bei so wichtigen Zusammenhängen könnte es helfen, diese Form als Grundform der Gleichung vorzugeben. Darüber hinaus ist es bei allen Gleichungen wichtig, auf verschiedene Weisen deutlich zu machen, welches im Experiment die unabhängigen, vorgegebenen Größen sind und welches die abhängige Größe ist, die sich einstellt.

Literatur:

- [1] T. Wilhelm: *Konzeption und Evaluation eines Kinematik/Dynamik-Lehrgangs zur Veränderung von Schülervorstellungen mit Hilfe dynamisch ikonischer Repräsentationen und graphischer Modellbildung*, Dissertation, *Studien zum Physik- und Chemielernen*, Band 46, Logos-Verlag, Berlin, 2005, <http://www.opus-bayern.de/uni-wuerzburg/volltexte/2009/3955/>
- [2] J. Peuckert & H. Fischler, H., *Concept Maps als Diagnose- und Auswertungsinstrument in einer Studie zur Stabilität und Ausprägung von Schülervorstellungen* – in: H. Fischler & J. Peuckert. (Hrsg.), *Concept Mapping in fachdidaktischen Forschungsprojekten der Physik und Chemie*, *Studien zum Physiklernen*, Band 1, Logos-Verlag, Berlin, 2000, S. 91 – 116
- [3] C. Waltner, V. Tobias, H. Wiesner, M. Hopf & T. Wilhelm, *Ein Unterrichtskonzept zur Einführung in die Dynamik in der Mittelstufe*, in: *Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule* 59, Nr. 7, 2010, S. 9 - 22

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr. *Thomas Wilhelm*, Institut für Didaktik der Physik, Goethe-Universität Frankfurt am Main, Max-von-Laue-Str. 1, 60438 Frankfurt am Main, wilhelm@physik.uni-frankfurt.de, www.thomas-wilhelm.net