

# Das GPS-System im Unterricht

Matthias Braun, Thomas Wilhelm

## 1. Begründung des Themas

Die GPS-Technik (Global Positioning System) hat durch ihre vielfältigen Anwendungen im Alltag, wie z.B. bei der Verwendung in Navigationsgeräten für Autos, einen ziemlich hohen Bekanntheitsgrad erlangt. Weitere Anwendungsbereiche wären die Orientierung mittels GPS bei Outdooraktivitäten oder die Notfallfunktion, die bei verschiedenen Handys mittlerweile integriert worden ist, d.h. das im Handy eingebaute GPS ermittelt die Position und sendet diese Daten im Falle einer Aktivierung an die nächste Rettungsleitstelle. Ein nicht zu unterschätzender Anteil dieses Erfolges der sich auf die GPS-Technologie stützenden Anwendungsbereiche ist sicherlich auch darauf zurückzuführen, dass die Geräte inzwischen zu erschwinglichen Preisen zu erwerben sind. Auch wenn die Zuverlässigkeit derselben immer weiter zunimmt, so sollte man auf diese nicht blind vertrauen, wie verschiedene Zeitungsmeldungen immer wieder zeigen. Dennoch spricht einiges dafür, diese Technik, von der jeder bereits gehört hat, auch im Physikunterricht einzusetzen, um die Kluft zwischen Realität und Unterricht zu verringern bzw. Physik im Kontext dieser Technik zu unterrichten.

Die Deutsche Physikalische Gesellschaft (DPG) fordert in einem Thesenpapier, dass die Lehre in einem neu zu gestaltenden Lehramtsstudium weniger durch systematisches, detailreiches Aufbauen von Einzelwissen bestimmt sein sollte, sondern durch übergreifende Themen. Hierzu wird insbesondere das amerikanische GPS als geeigneter Inhalt genannt [1].

## 2. Das physikalisch-technische Funktionsprinzip

Nachdem das GPS-System als Ganzes ein komplexes Zusammenspiel vieler verschiedener Faktoren ist, wird an dieser Stelle auf eine umfassende Darstellung der Theorie verzichtet. Stattdessen soll nur ein grober Überblick über die Systemkomponenten gegeben und einige Aspekte der Standortbestimmung angesprochen werden, auch wenn es – nicht nur aus physikalischer Sicht – viele weitere interessante Aspekte gibt, wie z.B. die Informationsübertragung mittels elektromagnetischer Wellen, Ausbreitungserscheinungen elektromagnetischer Wellen, Genauigkeit und genauigkeitsbeeinflussende Faktoren, Koordinatensysteme und Kartographie.

Das GPS-System kann in drei Segmente aufgeteilt werden:

- Das Kontrollsegment: Es besteht aus den Bodenstationen, die weltweit so verteilt sind, dass jeder Satellit pro Umlauf mindestens von zweien Daten empfangen kann. Die Hauptaufgaben der Bodenstationen bestehen zum einen in der Überwachung der Flugbahnen der Satelliten und zum anderen in der Generierung der Navigationsnachricht und deren Übermittlung an die Satelliten. Dazu werden von den weltweit verteilten Stationen die Satellitendaten ge-

- sammelt, die anschließend zur Hauptkontrollstation übermittelt und dort zur Generierung der Navigationsnachricht sowie zur Kontrolle der Satelliten ausgewertet werden [2, 3, 4].
- Das Weltraumsegment: Dieses setzt sich aus ca. 24 Satelliten zusammen, die in sechs Umlaufbahnen so angeordnet sind, dass eine weltweite Überdeckung mit möglichst wenig Satelliten realisiert werden kann. Die Umlaufbahnen befinden sich im Mittel 20.230 km über der Erdoberfläche und ein Satellit benötigt ca. 11h 58 Min für eine Erdumrundung. Die relativ hohen Umlaufbahnen bewirken, dass der Sichtbarkeitsbereich (der Teil der Erdoberfläche, von dem eine quasioptische Sicht zum Satelliten möglich ist) des Satelliten ziemlich groß ist [2, 3].
  - Das Nutzersegment: Unter dem Nutzersegment werden alle GPS-Empfänger summiert, egal ob es sich um Auto-, Schifffahrts-, Luftfahrtsnavigationsempfänger oder Outdoorgeräte usw. handelt, die die von den Satelliten ausgestrahlten Signale empfangen und auswerten.

## 2.1 Die Standortbestimmung

Die wichtigste Funktion eines GPS-Gerätes ist die Standortbestimmung. Bei dieser werden die Satelliten als Bezugspunkte benutzt, um die Koordinaten des Standortes zu bestimmen. Die fundamentale Voraussetzung, damit der Empfänger die vom Satelliten ausgesendeten Signale nutzen kann, ist das Bestehen einer quasioptischen Sichtverbindung zwischen Empfänger und dem jeweiligen Satelliten.

Als Trilateration bezeichnet man das Verfahren, bei dem drei Signale von drei Quellen bekannter Koordinaten empfangen und zur Positionsbestimmung ausgewertet werden. Die Entfernungen zu den Satelliten werden dabei über die Signallaufzeiten zwischen Sender und Empfänger bestimmt [5]. Anhand dieser Entfernung kann nun der Standort ermittelt werden, wie aus der folgenden Überlegung ersichtlich wird.

In der Ebene können zwei Kreise entweder keinen, einen oder zwei Schnittpunkte besitzen. In Abbildung 1 ist der zu bestimmende Standort vier Einheiten vom Bezugspunkt  $P_1$  (= blau) und sechs Einheiten vom Bezugspunkt  $P_2$  (= rot) entfernt. Die beiden Kreise schneiden sich in zwei Punkten. Um diese Zweideutigkeit aufzulösen, zieht man noch einen dritten Bezugspunkt  $P_3$  (= grün) hinzu, der in diesem Fall fünf Einheiten vom Standort entfernt ist [6].

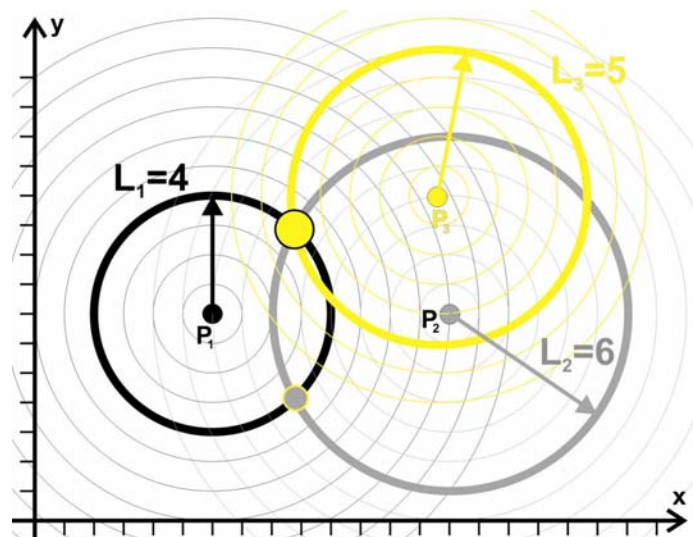
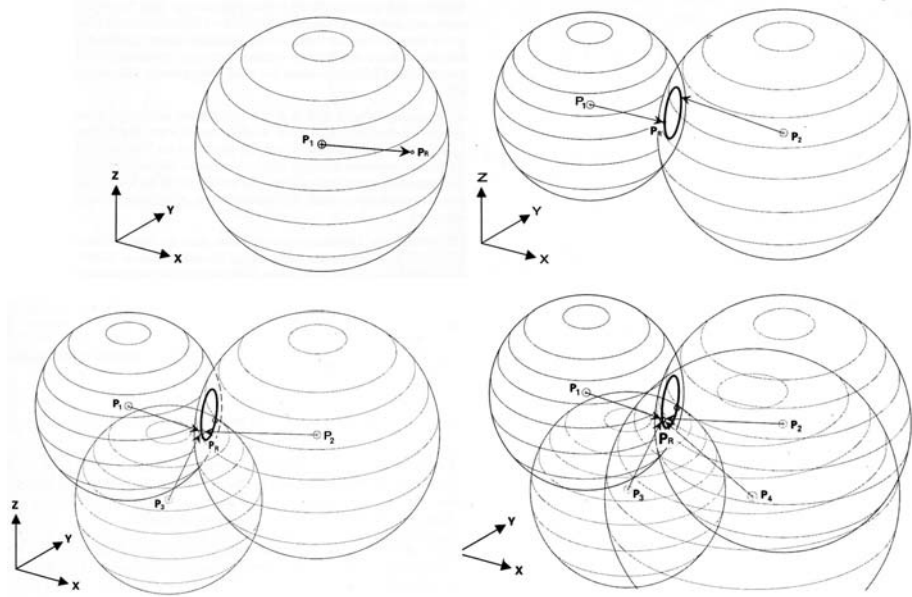


Abb. 1: Prinzip der Trilateration in der Ebene

Überträgt man dieses Anwendungsbeispiel aus der Ebene in den räumlichen Fall, so ergeben sich anstatt der Kreise Kugeln, deren Radien die jeweiligen Entfernungen zum Bezugspunkt

darstellen. Auch hier zieht man, um zu einem eindeutigen Ergebnis zu kommen, sukzessive weitere Bezugspunkte hinzu, wie in der Abbildung 2 dargestellt wird.

Da im räumlichen Fall selbst bei drei Bezugspunkten immer noch zwei Punkte verbleiben, also keine Eindeutigkeit vorhanden ist, gibt es in der Praxis verschiedene Möglichkeiten, diese zu erreichen: Entweder kann aufgrund des Erdmodells und der Lage einer der beiden Punkte ausge-



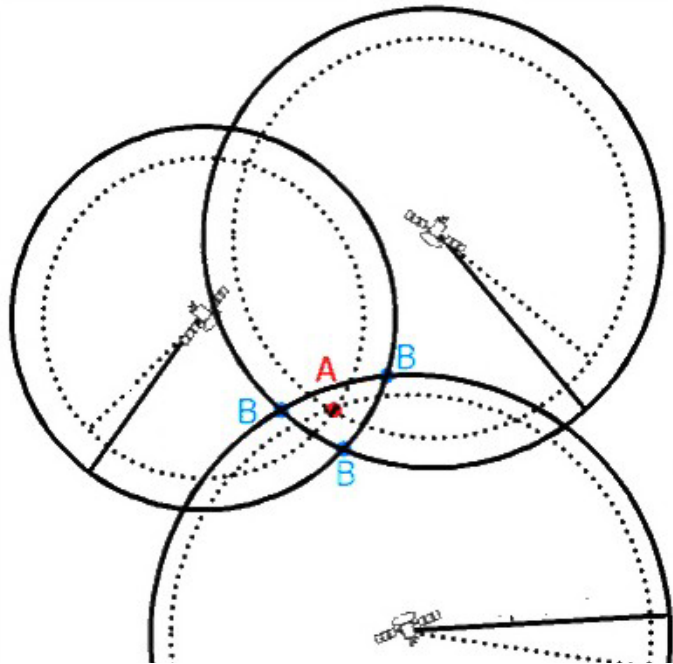
**Abb. 2: Trilateration im Raum: Hinzunahme weiterer Bezugspunkte**

geschlossen werden, z.B. weil sich einer der beiden Punkte im Erdinneren befindet, oder es wird ein weiterer Bezugspunkt  $P_4$  mit Abstand  $R_4$  zur Standortbestimmung hinzugezogen. Bei der ersten Möglichkeit wird die Erde selbst als vierte mögliche Kugel um den Erdmittelpunkt angesehen. Falls das GPS-Gerät in diesem Modus arbeiten sollte, dann wird durch die Anzeige „2D“ darauf hingewiesen. In diesem Modus sind keine Aussagen über die Höhe des gesuchten Punktes möglich. Wird dagegen noch mindestens ein weiterer Bezugspunkt  $P_4$  hinzugenommen, dann wird der „3D“ Modus angezeigt [4]. Weil bei dieser Standortbestimmung nunmehr vier Satelliten verwendet wurden, spricht man nicht mehr von Trilateration, sondern von Quadrilateration [5].

Die Koordinaten der Satelliten bzw. die zur Bestimmung dieser Koordinaten notwendigen Informationen werden dem Empfänger in der so genannten Navigationsnachricht übermittelt. Die Entfernung zu einem Satelliten wird, wie bereits erwähnt, über die Signallaufzeit des vom jeweiligen Satelliten ausgesendeten Signals bestimmt. Nachdem beim GPS-System aber lediglich die Satelliten Signale aussenden und die GPS-Empfänger ausschließlich Empfänger/Rezipienten der Signale sind und keine Signale an die Satelliten zurücksenden (Einwegentfernungsmessung), müssen die Uhren der Satelliten und die des Empfängers sehr genau aufeinander abgestimmt sein. Um eine sehr hohe Genauigkeit bei den Uhren der Satelliten zu gewährleisten, ist jeder Satellit mit mehreren Atomuhren ausgestattet. Dabei sind diese Uhren auf die so genannte GPS-Systemzeit synchronisiert und werden von den Bodenstationen überwacht. Betrachtet man handelsübliche Navigationsgeräte oder GPS-Handempfänger, so erscheint es unwahrscheinlich, dass diese ebenfalls mit zumindest einer Atomuhr ausgestattet sein könnten. Tatsächlich besitzt kein einziger handelsüblicher Empfänger eine solche, son-

dem die Empfängeruhr wird folgendermaßen auf die Satellitenuhren bzw. GPS-Systemzeit synchronisiert.

Der besseren Anschaulichkeit wegen wird wieder von der Darstellung in der Ebene ausgegangen. Dabei sei  $\Delta t$  der Unterschied zwischen der Empfängeruhr und den Satellitenuhren, d.h. die Empfängeruhr ist noch nicht auf die GPS-Systemzeit synchronisiert. Dann ergeben die aus den Signallaufzeiten ermittelten Entfernungen Kreise, die sich nicht im gesuchten Standort A, sondern in von A verschiedenen Punkten B schneiden (siehe Abb. 3). Anstatt eines Schnittpunktes A der drei Kreise erhält man also drei mögliche, verschiedene Schnittpunkte B. Der Uhrenfehler  $\Delta t$  führt also dazu, dass sich kein eindeutiger Schnittpunkt, sondern eine



**Abb. 3: Veranschaulichung der Eliminierung des Uhrenfehlers im zweidimensionalen Fall**

Fläche ergibt. Durch einen Algorithmus im Empfänger wird die Uhrzeit im Empfänger nun solange verschoben, bis die drei Schnittpunkte B im Schnittpunkt A zusammenfallen. Somit ist der Uhrenfehler  $\Delta t$  korrigiert worden und die Quarzuhr im Empfänger läuft synchron zu den Atomuhren der Satelliten bzw. ist auf die GPS-Systemzeit synchronisiert worden [2]. Somit stellt das GPS-System zusätzlich ein sehr genaues und stabiles Zeitmaß zur Verfügung. Überträgt man diese Vorgehensweise auf den räumlichen Fall, so muss ein weiterer Satellit hinzugenommen werden. Anstatt durch Kreislinien werden analog zu oben die Entfernungen durch Kugeln dargestellt. Es ergeben sich nun keine Schnittpunkte B mehr, sondern Schnittlinien, die eine Pyramide mit gewölbten Seitenflächen aufspannen. Die Synchronisation erfolgt analog zur Vorgehensweise in der Ebene.

Dem vom Satelliten gesendeten Code wird eine Navigationsnachricht aufmoduliert, die alle zur Navigation notwendigen Informationen enthält. Da es sich bei den GPS-Satelliten nicht um geostationäre Satelliten handelt, sondern diese die Erde ständig umkreisen, ist es notwendig, dem Empfänger mitzuteilen, an welcher Position der Satellit sich bei der Signalausendung befunden hat [7].

## 2.2 Relativistische Effekte

Des Weiteren müssen relativistische Effekte berücksichtigt werden, wenn es darum geht, die GPS-Systemzeit mit der für die Entfernungsmessung notwendigen Genauigkeit zur Verfügung zu stellen. In der Speziellen Relativitätstheorie geht es u.a. um die Zusammenhänge

zwischen zwei relativ zueinander bewegten Inertialsystemen. Vereinfacht kann davon ausgegangen werden, dass sich der Erdbeobachter und der Satellit mit konstanter Geschwindigkeit relativ zueinander bewegen. Dies ist jedoch nur für kleine Zeitintervalle näherungsweise richtig, da der Satellit ständig seine Richtung ändert (erst diese Beschleunigungen der Richtungsänderungen führen wie beim Zwillingsparadoxon dazu, dass man sogar dann ein Nachgehen der Satellitenuhren feststellen würde, wenn man diese wieder auf die Erde holt). Dann ergibt sich, dass ein Beobachter auf der Erde die Uhren der relativ zu ihm bewegten Satelliten langsamer laufen sieht als seine eigene (umgekehrt aus Sicht des Satelliten ist es nicht von Interesse). Bis auf der ruhenden Erduhr das Zeitintervall  $\Delta t$  abgelaufen ist, läuft auf der bewegten

Satellitenuhr das kleinere Zeitintervall  $\Delta t'$  ab:  $\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ . Dieser Effekt wird als Zeitdi-

latation bezeichnet. Anders gesagt: Der Erdbeobachter sieht seine eigene Uhr schneller laufen als die Satellitenuhr. Also ordnet er sich selbst zwischen zwei Ereignissen ein größeres Zeitintervall  $\Delta t$  zu als das Zeitintervall  $\Delta t'$ , das im Satellit vergangen ist (er überschätzt die bewegte Satellitenuhr). Wenn also auf der bewegten Satellitenuhr eine Zeiteinheit  $\Delta t'$  abgelaufen ist,

ist auf der ruhenden Erduhr bereits die größere Zeiteinheit  $\Delta t$  vergangen:  $\Delta t = \Delta t' \left( 1 / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)$ .

Bedenkt man zusätzlich, dass Frequenz und Zeit invers miteinander verbunden sind, ergibt sich, dass ein Beobachter auf der Erde eine kleinere Frequenz  $f$  misst, als die im bewegten Satelliten gemessene Frequenz  $f'$ .

Der mittlere Geschwindigkeitsbetrag  $v$  eines Satelliten ergibt sich bei einer Bahnhöhe von 20.230 km über Meereshöhe zu  $v = \frac{2 \cdot (20230 \text{ km} + 6378 \text{ km}) \cdot \pi}{11:58 \text{ h}} \approx 3881 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Somit folgt  $\Delta t' / \Delta t =$

$f / f' = 0,999999999916249$ . Die Atomuhren an Bord der Satelliten würden von der Erde aus betrachtet also nicht mit der Grundfrequenz von 10,23 GHz laufen, sondern eine Frequenz von 10,2299999991432 GHz besitzen (sie wird unterschätzt). Diese Berechnung sollte man nicht mit einem einfachen Taschenrechner, sondern mit Excel durchführen.

Berücksichtigt man auch noch die Gravitationskräfte, dann geht man von der Speziellen zur Allgemeinen Relativitätstheorie über. Eine Folgerung aus dieser ist, dass eine Uhr an einem Ort mit höherem Gravitationspotential langsamer geht als eine, die sich an einem Ort von geringerem Gravitationspotential befindet. Also bewirkt dieser Effekt genau das Gegenteil des zuerst genannten. Die Uhren im Satelliten gehen also schneller als im Empfänger am Boden.

Wir betrachten einen Satelliten weit über der Erdoberfläche, wo das Gravitationspotential deutlich geringer ist als auf der Erdoberfläche. Sendet dessen Uhr in Zeitabständen  $\Delta \tilde{t}'$  ein Signal zur Erde, dann wird auf der Erde die kleinere Zeitspanne  $\Delta \tilde{t}$  gemessen:

$\Delta \tilde{t} = \Delta \tilde{t}' / \left( 1 + \frac{\Delta U}{c^2} \right)$ , wobei  $\Delta U$  die Potentialdifferenz zwischen Sender und Empfänger im

Schwerefeld der Erde ist:  $\Delta U = \gamma \cdot M_{\text{Erde}} \cdot \left( \frac{1}{r_{\text{Erde}}} - \frac{1}{r_{\text{Sender}}} \right)$ . Ein Einsetzen der Werte in die

Gleichung ergibt, dass die Zeitabläufe der Satellitenuhr auf der Erdoberfläche um  $5,290 \cdot 10^{-10}$  unterschätzt und damit die Frequenzen um denselben Faktor überschätzt werden. Für eine Grundfrequenz der Atomuhr im Satelliten von 10,23 GHz würde das bei Betrachtung von der Erde aus bedeuten, dass sich ihre Frequenz zu 10,2300000054118 GHz ergibt [4].

So haben wir nun zwei Effekte: Die Unterschätzung der Frequenz der Satellitenuhr um  $8,375 \cdot 10^{-11}$ , falls die Spezielle Relativitätstheorie nicht berücksichtigt wird, und die Überschätzung der Frequenz der Satellitenuhr um  $5,290 \cdot 10^{-10}$ , wenn die Allgemeine Relativitätstheorie nicht berücksichtigt wird. Insgesamt ergibt sich also eine Überschätzung der Frequenz der Satellitenuhr um  $4,45 \cdot 10^{-10}$ . Dieser Effekt wird nun dadurch ausgeglichen, dass die Frequenz des Satelliten verringert wird und somit auf der Erde die Frequenz 10,23 GHz wahrgenommen werden kann. Mit dem hier errechneten Werten würde diese Verringerung eine Satellitenfrequenz von 10,2299999544765 GHz ergeben. Im Vergleich zum Literaturwert  $f_{\text{kor}} = 10,229999995453$  GHz [4, S. 126 und 5, S. 114 f.] ist der hier errechnete ein für unterrichtliche Zwecke akzeptabler Wert. Durch diese Korrektur ist es möglich, bei der Entfernungsmessung eine im Meterbereich liegende Genauigkeit zu erreichen.

Das GPS-System ist also ein interessantes Beispiel für die Berücksichtigung bzw. Anwendung der Speziellen und der Allgemeinen Relativitätstheorie. Zur Berechnung des Standortes muss das GPS-System jedoch zu jedem Zeitpunkt die genaue Position der Satelliten kennen. Man darf nicht behaupten, dass die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit in verschiedenen Bezugssystemen entscheidend für die hohe Genauigkeit des GPS-Systems ist. Würden sich die Geschwindigkeiten von Satellit und Signal wie in der klassischen Mechanik vektoriell addieren, bräuchte man nur einen anderen Auswertalgorithmus. Da aber die Positionen der Satelliten zu jedem Zeitpunkt und damit auch deren Geschwindigkeiten bekannt sind, wäre das kein Problem [7].

### 2.3 Weitere Fehlerquellen

Eine weitere Fehlerquelle, die ebenfalls mit der Relativitätstheorie zusammenhängt, ist der wenig bekannte Sagnac-Effekt. Dieser kommt durch die Erdrotation zustande, da sich ein Beobachter z.B. am Äquator mit einer Geschwindigkeit von ca. 500 m/s bewegt. Jedoch sind diese Auswirkungen so gering und der Ausgleich dessen so schwierig, da er positionsabhängig ist, dass er bei normalen Positionsbestimmungen nicht berücksichtigt wird [4].

Dagegen werden nachfolgende Fehlerquellen normalerweise berücksichtigt und ihre Auswirkungen durch verschiedene Mechanismen so gut wie möglich minimiert, sofern dies möglich ist. Beginnt man bei der Auflistung der Fehlerquellen beim Satelliten, so ist zum einen zu bemerken, dass die Satellitenposition nicht beliebig genau angegeben werden kann, da die Satelliten z.B. gravitären Schwankungen unterliegen [3, 8]. Aber auch die Konstellation der Satelliten spielt bei einer Positionsbestimmung eine nicht zu vernachlässigende Rolle [3, 5].

Betrachtet man als nächstes die Übermittlung der Navigationsnachricht mittels elektromagnetischer Signale, dann findet man auch hier Phänomene, die die Genauigkeit beeinflussen. So werden die Laufzeiten der elektromagnetischen Signale beim Durchgang durch die atmosphärischen Schichten, v.a. in der Ionosphäre und Troposphäre, beeinträchtigt. Diese Effekte bezeichnet man als ionosphärische bzw. troposphärische Refraktion [3].

Neben diesen Problemen bei der Signalübermittlung können sich in der näheren Umgebung des Empfängers weitere Probleme ergeben, wie z.B. die Mehrwegausbreitung. Diese kommt durch Brechung und Reflexion des Signals an den örtlichen Gegebenheiten, wie z.B. Häusern, Bergen usw. zustande. Obwohl die GPS-Signale ziemlich störungsresistent sind, können auch hochfrequente Störquellen die Messung beeinträchtigen [3].

Betrachtet man diese mannigfaltigen Störungseinflüsse, dann erscheinen die vom GPS-System und den verschiedenen Fehlerkorrekturmechanismen erzielten Genauigkeiten umso eindrucksvoller.

### **3. Messwerterfassung mittels GPS**

Durch das komplexe Zusammenspiel verschiedener Faktoren beim GPS-System eröffnen sich insbesondere viele Möglichkeiten für fächerübergreifende Projekte. Anknüpfungspunkte für andere Fächer gibt es beispielsweise für die Schulfächer Erdkunde (Grundlagen der Kartographie und Koordinatensysteme), Geschichte (Geschichte der Navigation und Ortung, Zusammenhang des GPS mit den Sputnik-Satelliten), Mathematik (Positionsbestimmung, Pythagoras bei Abstandsbestimmung zweier Punkte mit bekannten Koordinaten), Politik (GPS als Waffengrundlage) und Wirtschaft (Transport- und Verkehrswesen, Wirtschaftlichkeit des GPS) [7].

Das GPS-System bietet aber auch für den reinen Physikunterricht einige Möglichkeiten, die sich zum einen aus der Theorie des Systems und zum anderen durch den Einsatz von GPS-Empfängern als Messgeräte ergeben. Bedenkt man, dass es mittlerweile einfache GPS-Empfänger ab ca. 150 € käuflich zu erwerben gibt, dann könnte man sogar geneigt sein, vom GPS-Empfänger als Low-Cost-High-Tech-Messgerät zu sprechen.

#### **3.1 Grundlagen der Messwerterfassung**

Verwendet man ein GPS-Gerät zur Gewinnung von Daten, dann ist es nicht notwendig, die Funktionsweise des Gerätes zu kennen, sondern es kann als Blackboxmessgerät verwendet werden. Durch die mittels GPS-Gerät aufgenommenen Daten kann die Verknüpfung zwischen einer realen Bewegung und der hinter dieser Bewegung stehenden Physik erfolgen. So gelingt es, mittels GPS, einen Bezug zwischen Alltag und physikalischer Theorie herzustellen.

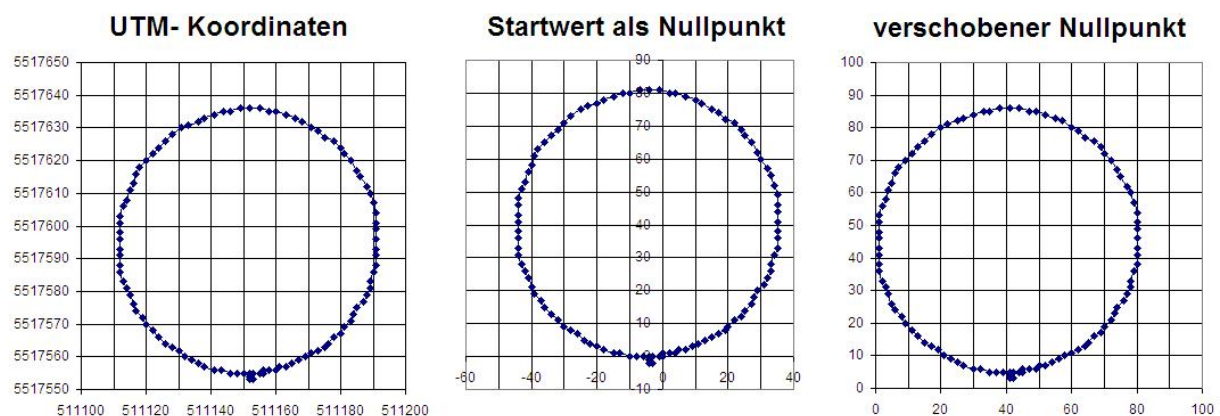
Die Messdaten werden mit einem GPS-Handempfänger gewonnen. Diese gibt es in unterschiedlichen Ausführungen und unterschiedlichen Preiskategorien zu erwerben. Falls man sich einen Empfänger zulegt, sollte auf die Möglichkeit zur Trackaufzeichnung geachtet werden. Ein Track besteht aus den so genannten Trackpunkten, die vom Gerät nach der jeweils

eingestellten Aufzeichnungsart automatisch erstellt werden. An diesen Trackpunkten werden die Ortskoordinaten des jeweiligen Punktes gespeichert, so dass man durch das Verbinden dieser Trackpunkte eine Bahnkurve bzw. einen Track erhält [9]. Die hier vorgestellten Messungen wurden mit dem Gerät „Garmin GPSmap 60CS“ und dem „Garmin fortrex 101“ gemacht.

Bei den im Folgenden aufgeführten Messungen wurde eine Aufzeichnung in gleichen kleinen Zeitintervallen mit dem Intervallabstand zweier Trackpunkte von einer Sekunde gewählt. Des Weiteren wurden als Kartengitter („Grid“) UTM-Koordinaten mit der metrischen Einheit Meter gewählt [10].

Zu Fuß oder mit einem Fahrrad kann man nun auf einem großen Platz Kreisbögen oder Schlangenlinien zurücklegen und speichert die Bahnkurve ab. Dabei ist darauf zu achten, dass Bahnkurven mit großem Krümmungsradius ( $> 20$  m) verwendet werden. Anschließend muss zur Datenauswertung der Track auf einen PC übertragen werden. Da die meisten GPS-Handempfänger inzwischen einen USB-Anschluss besitzen, ist das Auslesen der aufgenommenen Tracks auf einen Rechner ohne größeren Aufwand möglich. Dabei gibt es mittlerweile eine Vielzahl an kommerzieller wie auch nicht-kommerzieller Software, die die Datenübertragung unterstützt (z.B. die Freeware-Software „GPS Utility“ [11] oder „G7ToWin“ [12]). Als praktisch hat es sich dabei erwiesen, wenn die Software neben der Liste der Trackpunkte ebenfalls eine graphische Darstellung des Tracks ermöglicht. Unverzichtbar dagegen für die weitere Bearbeitung der Daten ist die Möglichkeit, die Liste der Trackpunkte entweder im txt-Format abspeichern zu können, um anschließend diese txt-Datei in Excel zu öffnen, oder die angezeigten Trackpunkte gleich in eine Excel-Datei kopieren zu können [7].

Die Verwendung der metrischen Einheiten Meter bei UTM-Koordinaten ist günstig bei der Bestimmung der Entfernung zwischen zwei Punkten. Verwendet man diese jedoch auch direkt für die Ortsdarstellung, so kann diese durch sechs- bzw. siebenstellige Ortskoordinaten an Übersichtlichkeit verlieren (siehe Abb. 4a). Um dies zu vermeiden, könnte man einen beliebigen Datenwert als Nullpunkt wählen und alle anderen Punkte zu diesem in Bezug setzen (siehe Abb. 4b). Falls der entsprechende Ortsgraph noch nicht den Vorstellungen entspricht, können natürlich immer noch beliebige Datentransformationen vorgenommen werden (siehe Abb. 4c) [7].



**Abb. 4: Originalmessdaten und deren Transformationen**



### 3.2 Messwerterfassung zweidimensionaler Bewegungen

Bei den kinematischen Größen Geschwindigkeit und Beschleunigung sind bekannte Fehlvorstellungen anzutreffen [13, 14]. Ein wesentliches Problem besteht im Mechanikunterricht darin, dass der vektorielle Charakter der kinematischen Größen nicht deutlich wird. Ein vektorielles Verständnis der Beschleunigung ist aber für ein Verständnis der newtonschen Dynamik wichtig. Um den vektoriellen Charakter der Größen zu schulen, kann man mit einem GPS-Gerät zweidimensionale Bewegungen aufnehmen und auswerten [14, 15].

Bereits an einer Bahnkurve mit Zeitmarken, wie sie in Excel leicht erstellt werden kann, lässt sich erkennen, dass der Ort jeweils ein Punkt im Bezugssystem ist, die Weglänge aber die Länge der Bahnkurve darstellt (siehe Abb. 5). Außerdem kann man über  $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$  bereits Aussagen darüber treffen, wo die Bewegung schneller, wo langsamer war und somit diese grundlegende Definitionsgleichung üben.

Noch besser kann der vektorielle Charakter veranschaulicht werden, wenn die kinematischen Größen als Pfeile dargestellt werden, wie

es z.B. mit der Software PAKMA möglich ist, wozu die in Excel als csv-Datei oder txt-Datei gespeicherten Ortsdaten eingelesen werden müssen. Geschwindigkeit und Beschleunigung werden dann sinnvollerweise erst aus den Ortsdaten errechnet, wobei es genügt, nur jeden x-ten Messwert zu verwenden. Bei der Darstellung ist es möglich, je nach Wunsch Pfeile für

den Ort, die Ortsänderung, die Geschwindigkeit, die Geschwindigkeitsänderung, die Beschleunigung oder bei bekannter Masse die Gesamtkraft an die Bahnkurve einzeichnen zu lassen. Abbildung 6 zeigt eine beliebige zweidimensionale Bewegung, die auf einem großen Parkplatz mit einem Fahrrad gefahren wurde. Abbildung 7 zeigt eine Kreisbewegung mit konstanter Schnelligkeit. Dazu wurde zunächst mittels der „Gärtnermethode“ auf einem Fußballfeld mit einem Markierungswagen um eine eingeschlagene Eisenstange ein Kreis gezogen. Dieser Kreis wurde auf dem Fahrrad, an dem das GPS-Gerät befestigt wurde, abgefahren. Man sieht, dass sich bei der Kreisbewegung mit konstantem Tempo eine Beschleunigung von konstantem Betrag (aber

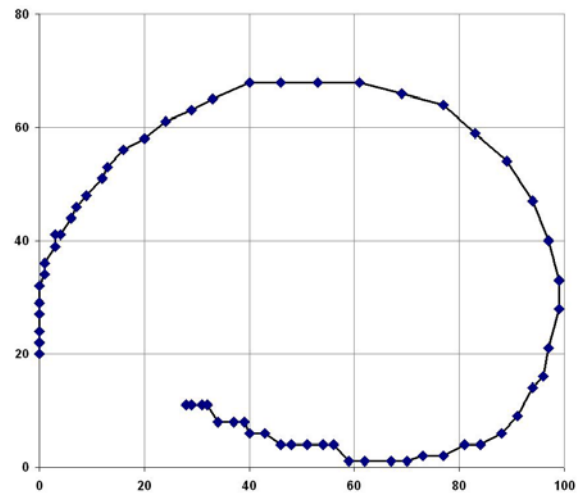


Abb. 5: Excel-Diagramm einer Bahnkurve einer Fahrradfahrt (Zeitmarken jede Sekunde)

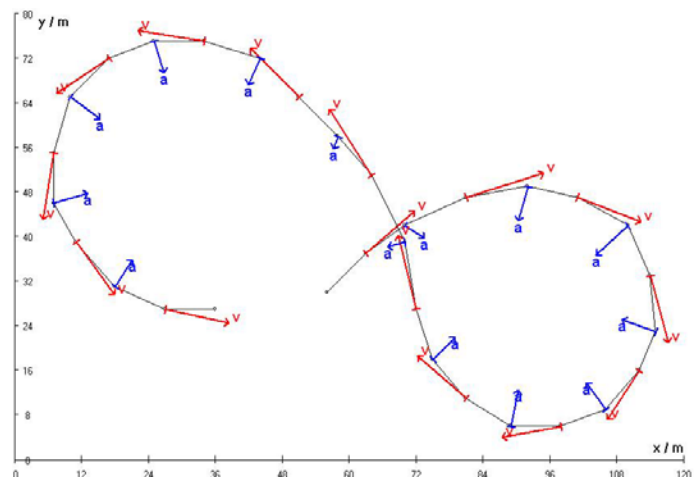


Abb. 6: Bahnkurve einer Fahrradfahrt mit Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektoren (Vektoren alle 10 Sekunden eingezeichnet)

konstantem Betrag) eine Beschleunigung von konstantem Betrag (aber

nicht konstanter Richtung) ergibt, die zum Mittelpunkt gerichtet ist. Anzumerken bleibt, dass bei PAKMA-Projekten die verwendeten Datensätze sehr einfach ausgetauscht werden können. Dazu müssen lediglich die zu importierende Datei angegeben und eventuell die Bereichsgrenzen abgeändert werden. Dies ermöglicht zum einen die Verwendung bereits bestehender Datensätze wie auch die Darstellung neuer eigener Datensätze.

Von Nachteil ist, dass die Betrachtung der physikalischen Größen erst nach der Bewegung, nicht gleichzeitig mit der Bewegung möglich ist, denn die

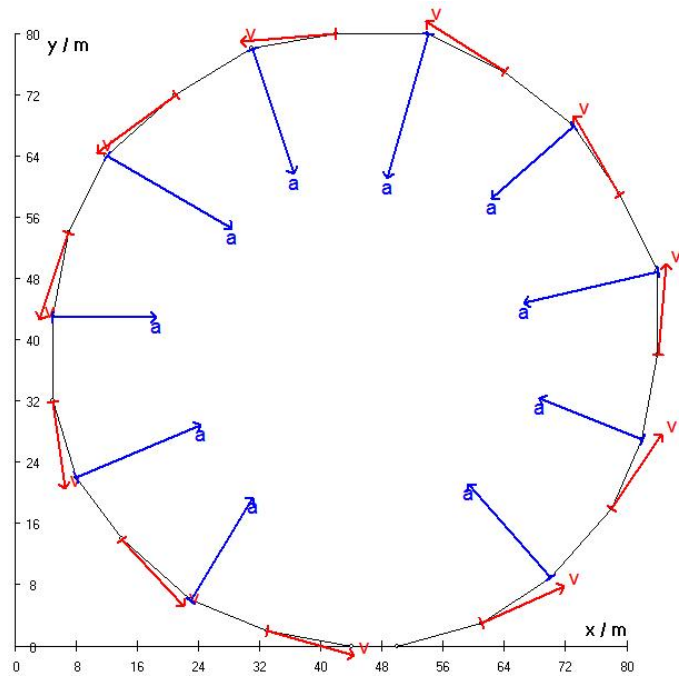


Abb. 7: Kreisbewegung mit konstanter Schnelligkeit

Daten müssen erst ausgewählt und abgespeichert werden. Die GPS-Messung ist dennoch als Ergänzung und für Projekte im Unterricht attraktiv, da reale Alltagsbewegungen außerhalb der Schule betrachtet werden können [7].

### 3.3 Messwerterfassung eindimensionaler Bewegungen

Betrachtet man statt Ort und Geschwindigkeit nur Weglänge und Geschwindigkeitsbetrag (= Tempo = Schnelligkeit), kann man dies als eindimensionale Bewegung interpretieren (siehe Abb. 8). Die Darstellung mittels GPS aufgenommener Daten von verschiedenen Bewegungen in Diagrammen sowie deren Analyse und Diskussion bietet die Möglichkeit der Verknüpfung von Alltagssituationen und der dahinter stehenden Physik [16].

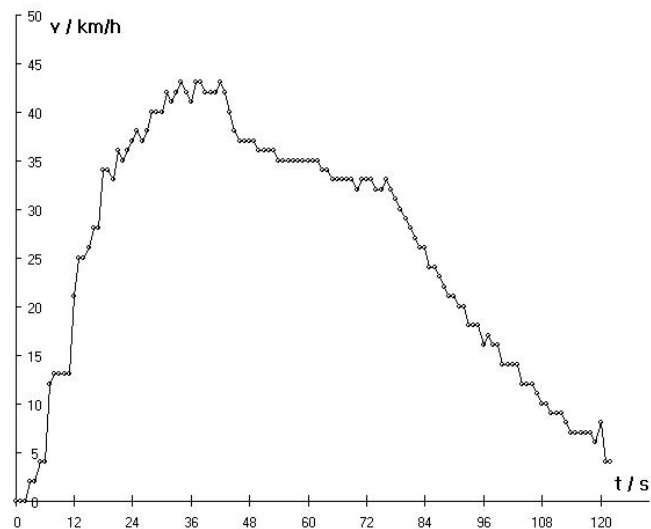


Abb. 8: Tempo einer kurzen Fahrradfahrt, aufgenommen mit GPS ( $v$  vom GPS-Gerät ermittelt)

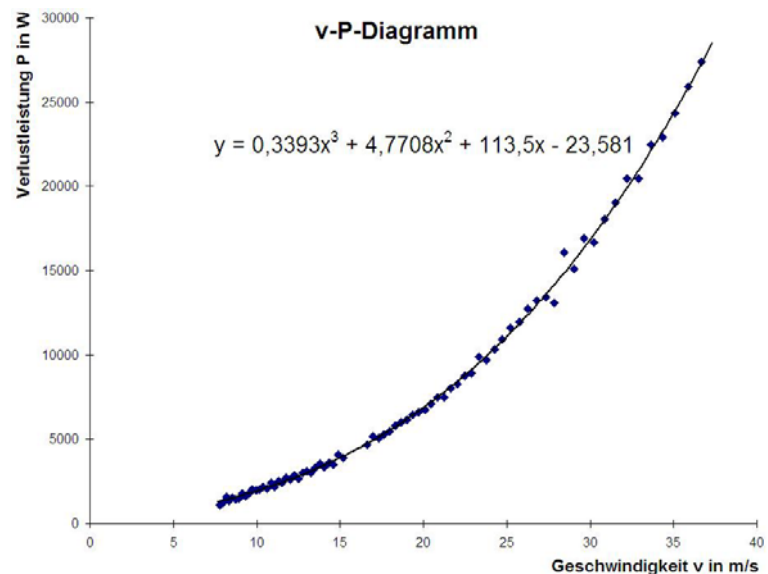
Eine weitere Möglichkeit, das GPS als Blackboxmessgerät zu verwenden, wäre

gemäß EHLERS und BACKHAUS [17] die Veranschaulichung und Bestimmung von Reibung und Luftwiderstand von Fahrrad, Motorrad oder Auto mittels Ausrollkurven. Wenn man beim Fahren auf ebener Strecke in den Leerlauf schaltet, dann kommt das Auto nach einiger Zeit zum Stehen. Diese Abnahme des Geschwindigkeitsbetrages kann in einem einfachen Modell durch den Roll- und Luftwiderstand erklärt werden. Daraus kann anschließend auf die Ener-

gieabnahme und die umgesetzte Leistung geschlossen werden. Für die hier beschriebene Messung wurde die Ausrollkurve eines Autos nachts auf einem geraden, gut übersichtlichen vierspurigen Straßenabschnitt aufgenommen, bei dem wenig Verkehr zu erwarten war. Als Ausgangsgeschwindigkeit wurde 140 km/h angestrebt und eine Minimalgeschwindigkeit von etwa 30 km/h nicht unterschritten. Zur Auswertung wurde der vom Gerät bestimmte Geschwindigkeitsbetrag herangezogen, er wurde also nicht wie oben aus den Positionsdaten errechnet. Dies ist damit zu begründen, dass die Genauigkeit der vom Gerät ermittelten Geschwindigkeit höher ist, als wenn man sie aus den gespeicherten Koordinaten errechnen würde. Dann wurde in Excel die kinetische Energie und die kinetische Verlustleistung berechnet, für die gilt:

$P = (F_{Luft} + F_{Roll}) \cdot v$ . Da somit  $P = \frac{1}{2} c_W \cdot \rho \cdot A \cdot v^3 + F_{Roll} \cdot v$  ist, lässt man von Excel eine Ausgleichskurve der Form  $P = a \cdot v^3 + b \cdot v$  ermitteln (siehe Abb. 9), wobei man vorher „Ausreißer“ löschen kann. Zur einfacheren Handhabung wird der quadratische und der konstante Anteil in der Ausgleichskurve der Verlustleistung einfach vernachlässigt. Bei der Dichte der Luft ist zu beachten, dass Literaturwerte auf die gültige Höhe über dem Meeresniveau und auf die herrschende Lufttemperatur umgerechnet werden müssen. So erhält man die Größenordnung des  $c_W$ -Wertes des Autos korrekt in der Größenordnung zwischen 0,30 und 0,40. Beim Nachschlagen des Luftwiderstands des jeweiligen Fahrzeuges ist es wichtig, den genauen Fahrzeugtyp zu kennen, da sich innerhalb der verschiedenen Baureihen durchaus größere Unterschiede bzgl. des  $c_W$ -Wertes ergeben. Die Rollreibung lag bei den verwendeten Autos im Bereich zwischen 100 N und 200 N.

Zur einfacheren Handhabung wird der quadratische und der konstante Anteil in der Ausgleichskurve der Verlustleistung einfach vernachlässigt. Bei der Dichte der Luft ist zu beachten, dass Literaturwerte auf die gültige Höhe über dem Meeresniveau und auf die herrschende Lufttemperatur umgerechnet werden müssen. So erhält man die Größenordnung des  $c_W$ -Wertes des Autos korrekt in der Größenordnung zwischen 0,30 und 0,40. Beim Nachschlagen



**Abb. 9: Verlustleistung beim Ausrollen eines Kleinwagens (Twingo)**

des Luftwiderstands des jeweiligen Fahrzeuges ist es wichtig, den genauen Fahrzeugtyp zu kennen, da sich innerhalb der verschiedenen Baureihen durchaus größere Unterschiede bzgl. des  $c_W$ -Wertes ergeben. Die Rollreibung lag bei den verwendeten Autos im Bereich zwischen 100 N und 200 N.

#### 4. Fazit

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass das GPS eine auch für unterrichtliche Zwecke interessante Technologie darstellt und gerade für den Physikunterricht vielfältige Möglichkeiten bietet, z.B. bei der Speziellen Relativitätstheorie. Aber auch durch die Verwendung von Handempfängern als Blackboxmessgeräte wird mit dieser Technik für den Physikunterricht ein größerer Messbereich für Bewegungen erschlossen, was im Mechanikunterricht eine Abwechslung und eine weitere Verknüpfung von Theorie und Praxis darstellen

kann. Darüber hinaus bietet das GPS-System auch für fächerübergreifende Projekte interessante Möglichkeiten.

#### **Download:**

Eine Vollversion der neusten Fassung der Software PAKMA sowie Beispielprojekte können unter [www.physik.uni-wuerzburg.de/~wilhelm/GPS.htm](http://www.physik.uni-wuerzburg.de/~wilhelm/GPS.htm) heruntergeladen werden.

#### **Literatur:**

- [1] *Deutsche Physikalische Gesellschaft*: Thesen für ein modernes Lehramtsstudium im Fach Physik - Eine Studie der Deutschen Physikalischen Gesellschaft e.V., März 2006, [http://www.dpg-physik.de/info/broschueren/lehramtsstudie\\_2006.pdf](http://www.dpg-physik.de/info/broschueren/lehramtsstudie_2006.pdf)
- [2] [www.kowoma.de/gps/](http://www.kowoma.de/gps/)
- [3] *Mansfeld, Werner*: Satellitenortung und Navigation - Grundlagen und Anwendung globaler Satellitennavigationssysteme, Vieweg-Verlag, Braunschweig/Wiesbaden, 1998
- [4] *Schrödter, Frank*: GPS - Satelliten-Navigation, Franzis-Verlag, Poing, 1994
- [5] *Dodel, Hans und Häupler, Dieter*: Satellitennavigation - GALILEO, GPS, GLONASS, Integrierte Verfahren, Hüthig-Verlag, Bonn/Landsberg, 2004
- [6] *Ripken, Hartmut und Nini, Yvonne*, Schulinformation Raumfahrt: Navigation, Materialien für den naturwissenschaftlichen Unterricht Ausgabe 1, (2005), Bildungsverlag EINS GmbH, Troisdorf
- [7] *Braun, Matthias*: Das GPS-System - Funktionsweise und Einsatzmöglichkeiten im Physikunterricht, Staatsexamensarbeit, [www.didaktik.physik.uni-wuerzburg.de/~wilhelm/arbeiten/GPS.htm](http://www.didaktik.physik.uni-wuerzburg.de/~wilhelm/arbeiten/GPS.htm)
- [8] *Bauer, Manfred*: Vermessung und Ortung mit Satelliten - GPS und andere satellitengestützte Navigationssysteme, Wichman-Verlag, Heidelberg, 2002
- [9] *Benker, Uli* (2006), GPS Praxisbuch und Ratgeber für die GPS-Navigation auf Outdoor-Touren, Bruckmann Verlag, München
- [10] *Höh, Rainer* (2005), GPS Outdoornavigation, Reise Know-How Verlag, Bielefeld
- [11] <http://www.gpsu.co.uk/>
- [12] <http://www.gpsinformation.org/ronh/g7towin.htm>
- [13] *Wilhelm, Thomas; Heuer, Dieter*: Fehlvorstellungen der Kinematik vermeiden - durch Beginn mit der zweidimensionalen Bewegung - In: Praxis der Naturwissenschaften - Physik in der Schule 51, Nr.7, 2002, S. 29-34
- [14] *Wilhelm, Thomas*: Konzeption und Evaluation eines Kinematik/Dynamik-Lehrgangs zur Veränderung von Schülervorstellungen mit Hilfe dynamisch ikonischer Repräsentationen und graphischer Modellbildung, Studien zum Physik- und Chemielernen, Band 46, Logos Verlag, Berlin 2005
- [15] *Wilhelm, Thomas*: Zweidimensionale Bewegungen - Vergleich von vier verschiedenen Möglichkeiten der Messwerterfassung und Evaluationsergebnisse eines Unterrichtseinsatzes - In: Nordmeier, V.; Oberländer, A. (Hrsg.): Didaktik der Physik – Kassel 2006, Lehmanns Media - LOB.de, Berlin 2006
- [16] *Backhaus, Udo*: Alltagsmechanik mit GPS - In: Nordmeier, V.; Oberländer, A. (Hrsg.): Didaktik der Physik - Berlin 2005, Lehmanns Media - LOB.de, Berlin 2005
- [17] *Ehlers, Christoph; Backhaus, Udo*: Analyse von Alltagsbewegungen mit GPS - In Nordmeier, V.; Oberländer, A. (Hrsg.): Didaktik der Physik - Kassel 2006, Lehmanns Media - LOB.de, Berlin 2006

#### **Anschrift der Verfasser:**

*Matthias Braun*, AR Dr. *Thomas Wilhelm*, Lehrstuhl für Physik und ihre Didaktik, Physikalisches Institut, Universität Würzburg, Am Hubland, 97074 Würzburg, [wilhelm@physik.uni-wuerzburg.de](mailto:wilhelm@physik.uni-wuerzburg.de).