

---

# Der alte Fallkegel - modern behandelt

---

## Quantitative Auswertung eines klassischen Freihandversuches

T. Wilhelm

### 1. Vorüberlegung

Unter Freihandversuchen versteht man im Allgemeinen nicht nur - wie es der Wortsinn nahe legt - Versuche, bei denen die Hand unmittelbar am Geschehen beteiligt ist, indem sie als Halterung dient oder das Geschehen in Gang setzt. Meistens werden Freihandversuche als *qualitative* Versuche definiert, die mit einfachen Mitteln und einfachem Versuchsaufbau durchgeführt werden können, vgl. [1]. Die verwendeten Gegenstände sollen leicht zu beschaffen sein, am besten Gegenstände des täglichen Lebens. Schaut man sich aber Sammlungen von Freihandversuchen an, stellt man fest, dass z.T. intensiv Geräte der Schulsammlung verwendet werden und manchmal nicht mehr von geringem Aufwand gesprochen werden kann. Darüber hinaus kritisieren BACKES ET AL an den klassischen Freihandversuchen, dass sie nicht funktionieren, rein qualitativ sind und extreme Spezialfälle statt grundlegende physikalische Phänomene behandeln, vgl. [2]. Deshalb fordern sie eine Erweiterung des traditionellen Begriffes des Freihandversuches und die Einbeziehung moderner Materialien. Als wesentliches Kennzeichen eines Freihandversuches bleibt, dass ein Phänomen oder ein Effekt besonders deutlich sichtbar wird.

Man sollte jedoch nicht nur den Begriff Freihandversuch weit fassen, sondern bedenken, dass es gelegentlich möglich ist, nach dem Bestaunen eines rein qualitativen Versuches zusätzlich eine Messung durchzuführen. An dem Beispiel des klassischen Freihandversuches mit Bahrdtschen Fallkegeln sollen verschiedene Verfahren zur quantitativen Messung vorgestellt werden, bei denen man sich einerseits immer mehr vom klassischen Versuch entfernt und andererseits doch immer die Verbindung zum einfachen Versuch erhalten bleibt. Es soll dabei nicht um die Gewinnung irgendwelcher Konstanten gehen, sondern ein tieferes Verständnis durch die Diskussion der Ergebnisse erreicht werden.

Das Ziel von Freihandversuchen ist ja nicht nur, eine Faszination und eine motivationale Wirkung zu erreichen. Freihandversuche sollen beim Schüler kognitive Konflikte hervorrufen, d.h. eine Diskrepanz zwischen seinen Erwartungen und dem tatsächlich eingetretenen Ergebnis. Man hofft dabei, dass die Konfrontation der Schüler mit solchen unerwarteten Ef-

fechten den Wunsch nach Erklärung und korrekten Konzepten hervorruft. Dazu soll die quantitative Auswertung des Phänomens beitragen. Entscheidend sind also nicht die Messwerte, sondern die Zusammenhänge, die damit noch deutlicher werden. Dies ist insbesondere bei dynamischen Vorgängen wichtig.

## 2. Klassische Freihandversuche

Schneidet man aus normalem Papier einen Kreis oder Kreissektor aus und klebt diesen zu einem offenen Kegel zusammen, erhält man einen Fallkegel, der nach seinem Erfinder W. Bahrdt auch Bahrdscher Kegel genannt wird, vgl. [3]. Je nach Papier, Radius und Mittelpunktswinkel des Kreissektors lassen sich Fallkegel von unterschiedlicher Masse, Öffnungswinkel und Querschnittsfläche herstellen. Als Radius  $r$  des Kreissektors ist 5 bis 10 cm am besten zu handhaben. Für den Mittelpunktswinkel  $\alpha$  ist  $240^\circ$  bis  $260^\circ$  zu empfehlen plus ca.  $10^\circ$  als Überlappung zum Zusammenkleben. Bei größerem Mittelpunktswinkel besteht die Gefahr des Trudeln und bei kleineren Winkeln fallen sie zu schnell.

Man kann also Fallkegel mit sehr unterschiedlichen Fallzeiten bauen und damit zeigen, dass in Luft verschiedene Körper sehr unterschiedlich fallen und zwar umso schneller je größer die Masse und je kleiner die Querschnittsfläche ist. Das Wichtigste ist jedoch, dass man erkennt, dass die Kegel nach einer kurzen, schwer beschreibbaren Anfangsphase schnell *eine vom Kegel abhängige, konstante Geschwindigkeit* erreichen. Hier muss von den Schülern erkannt werden, dass dieses Kräftegleichgewicht durch eine Reibungskraft entsteht, die betragsgleich zur Gewichtskraft ist ( $F_{\text{Reibung}} = F_{\text{Gewicht}} = m \cdot g$  bei  $v$  konstant).

Es ist sogar möglich, durch geeignete Freihandversuche und Überlegungen einiges über die Reibungskraft herauszubekommen. Wichtig ist die Tatsache, dass sich bei gleicher Form, Größe und Querschnittsfläche, aber unterschiedlicher Masse (d.h. unterschiedlicher Gewichtskraft) unterschiedliche Endgeschwindigkeiten ergeben. D.h. eine größere Reibungskraft wird erst bei größerer Geschwindigkeit erreicht, so dass man schließen kann, dass die Reibungskraft irgendwie von der Geschwindigkeit abhängt ( $F_{\text{Reib}} = f(v)$ ). Solche unterschiedlich schwere Kegel gleicher Form und Größe erhält man z.B. durch die Verwendung unterschiedlichen Papiers oder dadurch, dass man Kreissektoren mit unterschiedlichem Mittelpunktswinkel so zusammenklebt, dass sie gleiche Form haben.

Baut man sich dagegen Kegel gleicher Form aus gleichem Papier mit gleichem Mittelpunktswinkel  $\alpha$ , aber mit unterschiedlichem Radius  $r$ , erhält man gleiche Endgeschwindigkeiten. Da hier das Verhältnis von Masse zu Querschnittsfläche konstant ist, ist auch das Verhältnis von Reibungskraft zu Querschnittsfläche konstant, also die Reibungskraft zur Querschnittsfläche proportional ( $F_{\text{Reib}} = A$  bei  $v = \text{konstant}$ ).

Bei dem einfacheren Freihandversuch, bei dem man zuerst einen einfachen Bogen Papier fallen lässt und dies mehrmals wiederholt, während man jeweils das Papier ein weiteres Mal zusammenfaltet und schließlich völlig zusammenknäult, kann man zwar die Abhängigkeit der

Fallzeit von der Form des Körpers zeigen, nicht aber die Abhängigkeit von der Masse des Körpers. Deshalb kann man auch nicht auf die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Reibungskraft schließen.

Eigentlich schön ist der Versuch, bei dem man an den Ecken einer quadratischen Serviette Fäden bindet, die man so verknüpft, dass man ein Modell eines Fallschirms erhält [4]. An den Fallschirm hängt man eine kleine Masse, die man nun sogar variieren kann. Allerdings ist es aber sehr schwierig, ein Modell zu bauen, das wie gewünscht fällt.

Als Anwendung eignet sich noch der folgende Freihandversuch. Eine Blei- und eine Styroporkugel scheinen aus einer geringen Höhe von einem Meter gleich schnell zu fallen. Lässt man sie aber - falls dies möglich ist - im Treppenhaus des Schulhauses zehn Meter tief fallen, unterscheiden sich die Fallzeiten hörbar.

### 3. Möglichkeiten quantitativer Behandlung des klassischen Freihandversuches

Bei dem Freihandversuch "Bahrtsche Fallkegel" muss man nun nicht bei rein qualitativer Betrachtung stehen bleiben, sondern man kann nach dem Zeigen und Diskutieren des Freihandversuches diesen qualitativ auswerten.

#### 3.1 Messung der Endgeschwindigkeit mit der Stoppuhr

Die Abhängigkeit der Reibungskraft vom Quadrat der Geschwindigkeit kann man z.B. mit einer Stoppuhr zeigen. Mit einem Draht-ring an einer Stange kann man die Kegel bis zur Zimmerdecke heben (z.B. 3 m hoch) und durch schnelles Wegziehen des Besenstiels fallen lassen, siehe Abb. 1. Mit der Stoppuhr kann man die Fallzeit von einer Markierung (z.B. in 2m Höhe) bis zum Boden bestimmen und daraus die Endgeschwindigkeiten berechnen.

Hat man mehrere identische Kegel, kann man durch Ineinanderstecken die Masse leicht verdoppeln, verdreifachen und vervierfachen, siehe Tab. 1, vgl. [5]. Man findet ungefähr  $m_1 : m_2 \cdot v_1^2 : v_2^2$  und, da  $m_1 : m_2 = F_{\text{Gew. 1}} : F_{\text{Gew. 2}} = F_{\text{Reib. 1}} : F_{\text{Reib. 2}}$  ist, gilt  $F_{\text{Reib. 1}} : F_{\text{Reib. 2}} = v_1^2 : v_2^2$ , also  $F_{\text{Reib}} \propto v^2$ . Begründen könnte man dies bei der Behandlung der kinetischen Energie. Die Reibungsarbeit ist nämlich gleich der kinetischen



Abb. 1: Hochheben eines Fallkegels mit einem Besenstiel

Energie der verdrängten Luftmoleküle, vgl. [6].

Bei diesem Versuch ist allerdings ein sehr genaues Stoppen nötig und schon kleine Messfehler führen zu großen Abweichungen vom erwarteten Verhältnis. Alle Geschwindigkeiten sind deshalb als Mittelwerte mehrerer Messungen zu ermitteln. Außerdem braucht man eine Stoppuhr mit einem empfindlichen Schalter, der schnell reagiert. Falls man die Formel für die Luftreibung kennt, kann man den  $c_w$ -Wert berechnen, der im Experiment (Radius  $r = 6,0\text{cm}$ , Winkel  $\alpha = 250^\circ$ ) bei 0,79 lag.

### 3.2 Bewegungsaufnahme mit einem Messwerterfassungssystem

Die quadratische Abhängigkeit von der Zeit ist allerdings nicht so wichtig, wie die Tatsache, dass sich in einer Anfangsphase eine konstante Geschwindigkeit einstellt, was man mit einem Messwerterfassungssystem zeigen kann. Gerade bei so komplexen Experimenten ist eine quasi kontinuierliche Messung und Messwertaufzeichnung mit Hilfe eines Computers sinnvoll, denn einzelne Messwerte können dem Vorgang nicht gerecht werden.

Hierbei ergeben sich nun viele neue Möglichkeiten, Ergebnisse vorherzusagen oder zu interpretieren und so die eigenen Vorstellungen zu überprüfen. Viele Untersuchungen zeigen nämlich, dass die meisten Schüler auch nach dem Dynamikunterricht der 11. Klasse immer noch Vorstellungen haben, die nicht dem unterrichteten newtonschen Konzept entsprechen und die meist als aristotelisch bezeichnet werden, vgl. [7]. So glauben z.B. viele Schüler, dass sich ein Körper immer mit einer konstanten Geschwindigkeit bewegt, wenn eine konstante Kraft auf ihn einwirkt. Diese Vorstellungen entsprechen unseren Erfahrungen in einer Welt, in der es stets (geschwindigkeitsabhängige) Reibung gibt, treffen aber höchstens für den Gleichgewichtszustand nach einer Anfangsphase zu. Die Anfangsphase ist hier ähnlich wie beim Anfahren mit dem Fahrrad (vgl. [8]) oder beim "Anfahren" eines Fahrzeuges bei störender Wirbelstrombremse (vgl. [9]).



Abb. 2: Versuchsaufbau für die Bewegungsaufnahme mit einem Messwerterfassungssystem

Man baut für den Versuch mit Stativmaterial ein hohes, standfestes Stativ, das man evtl. noch auf den Versuchstisch stellt. Oben am Stativ (z.B. in 2,7 m Höhe) befestigt man eine Umlenkrolle und ein Messlaufrad, das man an den Computer mit dem Messwerterfassungssystem anschließt. Aus Papier bastelt man einen Bahrdtschen Fallkegel, in den man einen großen, dicken, auf 10 bis 15 cm gekürzten Plastik-Trinkhalm mit Tesa-Film sehr fest hineinklebt, siehe Abb. 2. An dem Trinkhalm befestigt man einen Bindfaden, den man über das Laufrad und die Umlenkrolle führt. Als Gegengewicht zum Spannen der Schnur bindet man an den Faden ein bis vier Büroklammern.

Dadurch, dass man den Bindfaden nicht am Fallkegel, sondern am Plastik-Trinkhalm befestigt, befindet sich der Schwerpunkt unterhalb des Anbindepunktes. Dadurch bleibt der Kegel gerade hängen, ohne umzukippen.

Mit einem Messwerterfassungssystem nimmt man einen Zeit-Geschwindigkeits-Graph auf und kann damit zeigen, dass der Kegel zuerst wie beim freien Fall beschleunigt und sich dann die Geschwindigkeit tatsächlich fast einem konstanten Wert nähert, siehe Abb. 3. Das heißt dann, dass die Summe aller wirkenden Kräfte von einem Anfangswert auf Null absinkt. Entgegen dem ein-

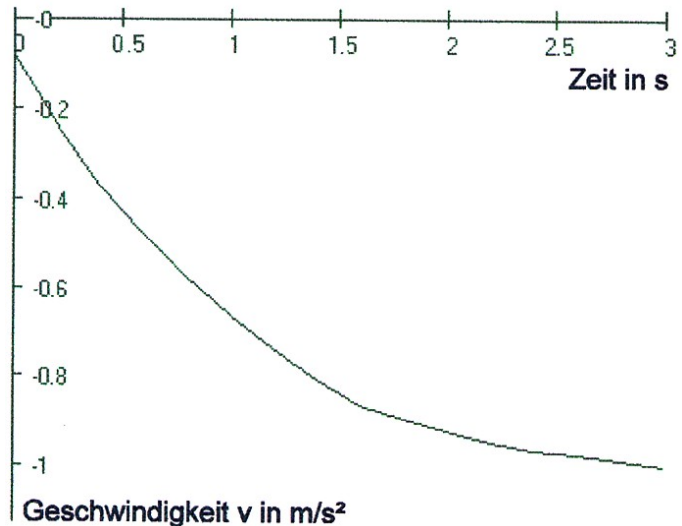


Abb. 3: t-v-Diagramm eines Fallkegels

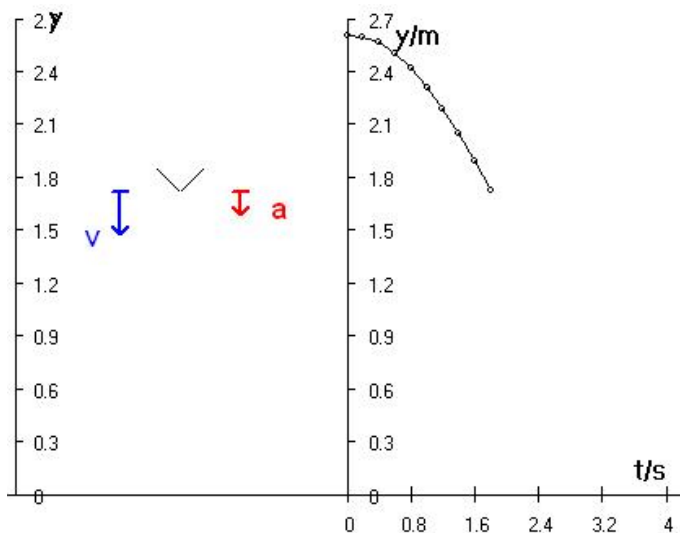


Abb. 4: Animation des Freihandversuchs

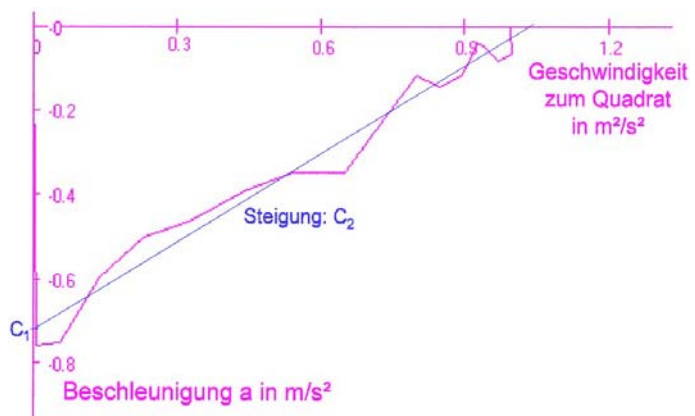


Abb. 5:  $v^2$ -a-Diagramm des selben Fallkegels

fachen Fallenlassen ist hier durch die größere Gesamtmasse die interessante Anfangsphase viel länger.

In dem Systemsoftware PAKMA für Windows kann man nicht nur die Graphen in Echtzeit parallel zum ablaufenden Experiment zeigen, sondern auch eine Animation des fallenden Kegels ablaufen lassen, siehe Abb. 4, vgl. [10]. In einem  $v^2$ -a-Diagramm sieht man sogar ungefähr, dass die Beschleunigung mit dem Geschwindigkeitsquadrat abnimmt, was bedeutet, dass die Reibungskraft mit dem Geschwindigkeitsquadrat zunimmt, siehe Abb. 5. Hier ist es zwar prinzipiell möglich, aber nicht sinnvoll, aus der mittleren Geraden den  $c_W$ -Wert zu berechnen. Beim untersuchten Kegel ( $r = 10,0 \text{ cm}$ ,  $n = 320^\circ$ ,  $m_{\text{Kegel}} = 2,58 \text{ g}$ ,  $m_{\text{Büroklammern}} = 0,94 \text{ g}$ ) war  $c_W \approx 1,0$ .

### 3.3 Behandlung mit einem Modellbildungssystem

Eine dritte Art der Bewegungsanalyse ist die Verwendung eines Modellbildungssystems, das auch das Verständnis auf den Prüfstand stellt, vgl. [11]. Die oben verwendete Systemsoftware PAKMA für Windows eignet sich auch gut als gleichungsorientiertes Modellbildungssystem. Als graphisch orientiertes Modellbildungssystem kann Dynasys verwendet werden, siehe Abb. 6.

Dazu läßt man einen Fallkegel aus Zimmerhöhe fallen und mißt mit einer Stoppuhr die Fallzeit. Die Aufgabe besteht dann darin, in einem

Modellbildungssystem so ein Modell zu entwerfen, dass sich im Modell die gleiche Fallzeit ergibt wie im Freihandversuch. Zwecks Einfachheit und Übersichtlichkeit schreibt man dazu die Luftreibungskraft in der Form  $F = k \cdot v^2$  und erhält als Beschleunigung  $a = -g + \frac{k}{m} \cdot v^2$ . Entscheidend ist also der Faktor  $\frac{k}{m}$ . Während man  $m$  messen kann, ist  $k$  unbekannt, da  $c_W$  unbekannt ist. Man muss also durch Probieren  $k$  so einstellen, dass die gemessene Fallzeit herauskommt. Dann kann man den zeitlichen Verlauf der Größen  $a$ ,  $v$ ,  $y$  betrachten und diskutieren, siehe Abb. 7. Im Experiment ergab sich mit  $r = 5,0 \text{ cm}$ ,  $n = 250^\circ$  und  $m = 0,48 \text{ g}$  ein Faktor  $k = 1,9$ , woraus man einen  $c_W$ -Wert von 0,83 berechnen könnte.

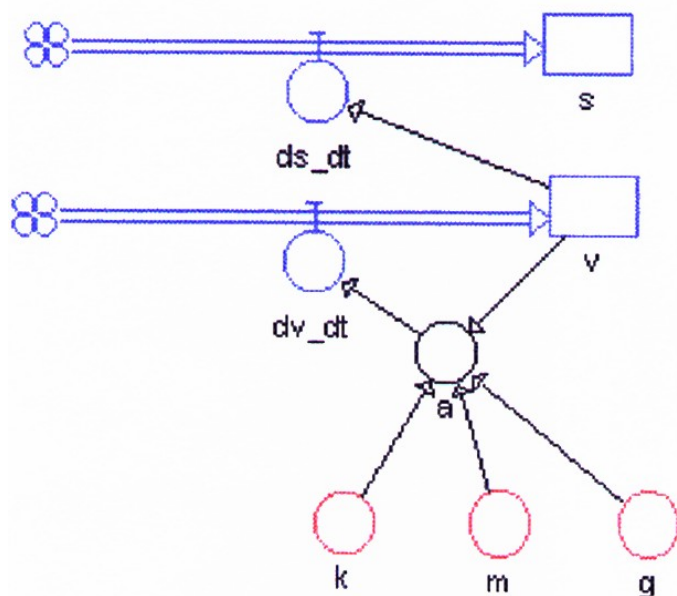
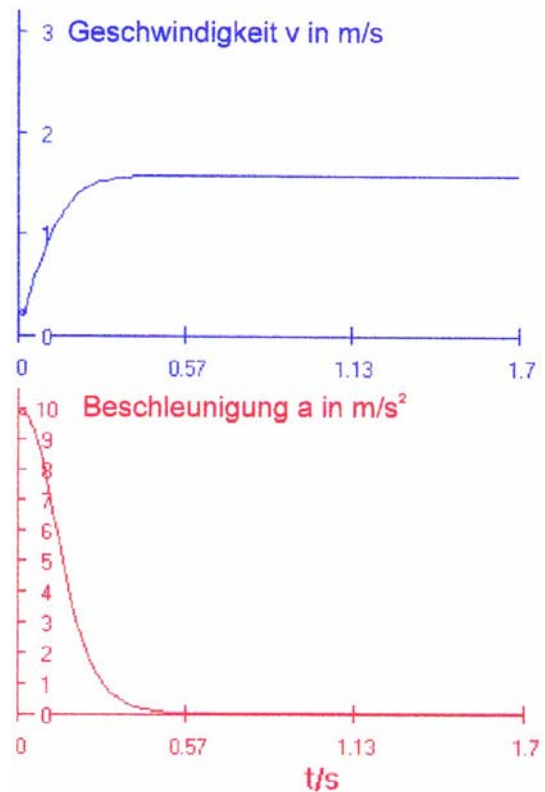


Abb. 6: Modellierung durch einen Graphen in Dynasys



So wie bei diesem Freihandversuch sollte man auch bei manch anderen Freihandversuchen überlegen, ob eine quantitative Auswertung möglich ist, sie aber nur durchführen, wenn sie zum Verständnis beiträgt.



**Abb. 7: Geschwindigkeitsbetrag  $v$  und Beschleunigung  $a$  im Modell**

### Literatur

- [1] Bleichroth, W.: Mehr Freihandversuche im Physikunterricht - In: Naturwissenschaft im Unterricht - Physik 2, 1991, Nr. 10, S. 4 (168)
- [2] Backes, C.; Eckert, B.; Jodl, H. J.; Kunz, K.; Scheffler, S.; Stetzenbach, W.; Weiss, K.: Low Cost-High Tech Moderne Freihandversuche für den Physikunterricht, Praxis der Naturwissenschaften - Physik 46, 1997, Nr. 6, S. 33
- [3] Zeier, E.: Physikalische Freihandversuche Kleine Experimente, 3. unveränderte Auflage, Aulis Verlag Deubner & Co KG, Köln, 1994, S. 76
- [4] Heiszler, F.J.: Bewegungsanalyse mittels Videokamera. Untersuchung von ungleichförmigen Bewegungen mittels computergestützter Auswertung von Videoaufnahmen - In: Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht 50, 1997, Nr. 6, S. 354 + 355
- [5] Sölter, K.: Die Auswertung eines Freihandversuches zur Luftreibung - In: Praxis der Naturwissenschaften - Physik 31, 1982, Nr. 2, S. 33
- [6] Feuerlein, R.; Näpfel, H.; Schedl, E.: Physik mechanik, 1. Auflage, Bayerischer Schulbuch-Verlag, München, 1993, S. 74
- [7] Heuer, D.; Wilhelm, T.: Aristoteles siegt immer noch über Newton. Unzulängliches Dynamikverstehen in Klasse 11 - In: Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht 50, 1997, Nr. 5, S. 280 - 285
- [8] D. Heuer, A. Phan-Gia: Anfahren mit dem Fahrrad - Vergleich: Experiment und Modell - Physik 46, 1997, Nr. 4, S. 10
- [9] T. Wilhelm, D. Heuer, A. Phan-Gia: Kinematik- und Dynamiklernen am Fahrrad - Physik 46, 1997, Nr. 4, S. 7
- [10] D. Heuer: Offene Programmierumgebung zum Messen, Analysieren und Modellieren. Ph. i. d. S. 30, Heft 10, S. 352 - 357, 1992.
- [11] Bethge, T.: Mechanik in der Sekundarstufe II - Ein Kurskonzept unter Nutzung von Software-Werkzeugen - In: Wiebel, K. H. (Hrsg.): Zur Didaktik der Physik und Chemie, Probleme und Perspektiven, Vorträge auf der Tagung für Didaktik der Physik/Chemie in Hamburg, September 1991, Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik (GDCP), Leuchtturm-Verlag, S. 153

**Dank**

Für etliche Hinweise zum Versuchsaufbau bei der Auswertung mit einem Messwerterfassungssystem möchte ich mich herzlich bei PHAN GIA ANH VU, Hue College of Pedagogy, Department of Physics, Le Loi - Hue, Vietnam bedanken.

**Anmerkung**

Das gesamte PAKMA-Software-System, mit dem die Messwerterfassung und die Modellbildung gemacht wurden, können Sie kostenlos über

<http://www.didaktik.physik.uni-wuerzburg.de/pakma>  
abrufen.

**Anschrift des Verfassers:**

StR z.A. Thomas Wilhelm, Gymnasium Marktbreit, Neue Obernbreiter Str. 21, 97340 Marktbreit